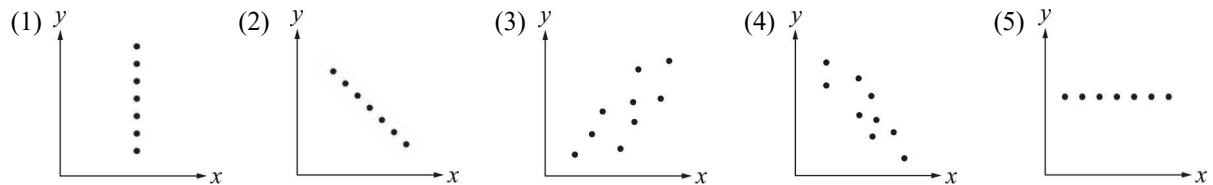


高師附中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題（每題 5 分，共 10 分）

- () 1. 若 $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{n \times (n+1) \times (n+2)} = \frac{11}{45}$ ，則自然數 $n =$
 (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8 (5) 9

- () 2. 下列散布圖中，哪一個相關程度最高？

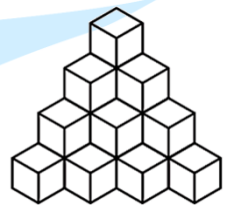


二、多選題（每題 6 分，共 24 分，6-4-2-0）

- () 1. 數列 $\{a_n\}$ 前 n 項和 $S_n = n^2 + 3n + 1$ ，則下列敘述何者正確？
 (1) $a_1 = 5$ (2) n 為正整數， $a_n = 2n + 2$ (3) 數列 $\{a_n\}$ 為等差數列
 (4) $a_{100} = 202$ (5) $a_{2023} - a_{2020} = 6$

- () 2. 將大小相同的方塊積木堆成附圖的形狀：由上而下，第一層有 1 個方塊，第二層有 3 個方塊，第三層有 6 個方塊，等等。設堆 n 層需要 S_n 個方塊，下列選項何者正確？

- (1) $S_5 = 15$ (2) $S_5 = 30$ (3) $S_{10} = 220$
 (4) $S_{15} - S_{14} = 120$ (5) 利用 500 個積木，最多可堆 13 層



- () 3. 某肥皂廠商推出一種新產品，在上時前以不同的單價 X （單位：十元）調查市場的需求量（單位：萬盒）。調查結果如表，下列敘述何者正確？

| | | | | | |
|----------|----|----|----|----|----|
| X (十元) | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Y (萬盒) | 11 | 12 | 10 | 8 | 9 |

- (1) X 的變異數為 2 (2) Y 的標準差為 $\sqrt{2}$ (3) X 和 Y 的相關係數為 0.8
 (4) Y 對 X 的最適直線斜率為 0.8 (5) 若單價定為 150 元，則市場的需求量預估有 6 萬盒

- () 4. 已知某班學生的數學成績 (x) 與英文成績 (y) 的算數平均數分別為 $\mu_x = 65$ ， $\mu_y = 70$ ，且其相關係數 $r = 0.8$ 。若 y 對 x 的最適直線方程式過點 $(10, 48)$ ，下列選項哪些正確？

- (1) y 對 x 的最適直線方程式的斜率為 0.8
 (2) y 對 x 的最適直線方程式必過點 $(65, 70)$
 (3) y 的標準差小於 x 的標準差
 (4) 將數學成績 (x) 與英文成績 (y) 皆標準化後，則相關係數為 1
 (5) 將數學成績 (x) 與英文成績 (y) 皆標準化後，則 y 對 x 的最適直線方程式的斜率不變

三、填充題（任意答對前 6 格內，每格 6 分；其餘 4 格，每格 5 分，共 56 分）

1. 有兩個等差數列 $\{a_n\}$ 與 $\{b_n\}$ ，其第 n 項的比為 $(2n + 3) : (6n - 5)$ ，則兩個數列的前 7 項和的比為 _____。

2. 若等比數列 $\langle a_n \rangle$ 之前 n 項的和為 S_n ，且 $S_3 = 10$ ， $S_6 = -70$ ，則 $S_9 =$ _____。
3. 阿南從今年 1 月 1 日開始，每個月 1 日都存入銀行 10000 元。已知銀行的存款月利率為 2%，按月複利計息，請計算明年 1 月 1 日時，阿南可領出 _____ 元。 $(1.02^{12} \approx 1.2682)$
4. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 6 \\ a_n = a_{n-1} + 6n^2, n \geq 2 \end{cases}$ ，求此數列的一般項 $a_n =$ _____。
5. 數列 $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ 依此規則，則第 100 項為 _____。
6. 某地區統計期三年來的人口成長率分別為 60%、20%、-10%，則此地區這三年來的每年人口平均成長率為何？
_____。
7. 老師將全班 39 位同學一段考數分數分為 3 組， A 組為 10~40 分， B 組為 41~70 分， C 組為 71~100 分，每一組都恰有 13 人。若 A 組的中位數為 26 分， B 組的中位數為 60 分， C 組的中位數為 88 分，則全班數學分數的第 84 百分位數為 _____。

8. 學期結束後，有 10 名同學參加數學補考，老師計算其補考成績之平均數 40 分，有鑒於成績太低了，所以老師決定把所有同學的成績先取其平方根再乘以 10，調整後此 10 名同學的平均成績變為 60 分，則成績調整後的標準差為 _____ 分。

9. 右表是某次全校高一數學、國文兩科的定期考結果，若曉明兩科都恰好考 82 分，則對於全體學生而言，這次週考小明的哪一科表現比較好。 _____。

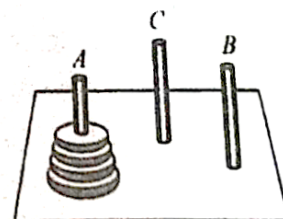
| 科目 | 平均 | 標準差 |
|----|----|-----|
| 數學 | 66 | 8 |
| 國文 | 67 | 6 |

10. 已知一組數據 (x_i, y_i) ， $i = 1, 2, \dots, 20$ ， y 對 x 之最適直線斜率為 $\frac{3}{8}$ 。另一組數據 (x'_i, y'_i) 滿足 $x'_i = -\frac{1}{2}x_i - 4$ ， $y'_i = \frac{1}{5}y_i + 3$ ，則 y'_i 對 x'_i 之最適直線斜率為 _____。

四、混合題（共 10 分）

相傳古時的河內（Hanoi）有一座寺廟，廟中有一處所豎立著三根銀棒，其中一根銀棒上依「大盤在下，小盤在上」之順序套有 64 個大小不同的金盤（每個金盤正中央有一個小孔）。造物主命僧侶把 64 個金盤移置到另一根銀棒上，並且規定：每一次只能移動一個金盤，被移動的金盤，必須套在另一根銀棒上，在移動的過程中，較大的金盤不可套在較小的金盤上。設搬完 n 個金盤，最少需搬動 a_n 次。

1. 設寫出數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式。（2 分）
2. 推測數列 $\langle a_n \rangle$ 的一般項通式。（2 分）
3. 試利用數學歸納法，驗證(2)所推測的結果。（6 分）



高師附中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題

| | |
|-----|-----|
| 1. | 2. |
| (4) | (2) |

二、多選題

| | | | |
|-----------|-----|-----------|-----------|
| 1. | 2. | 3. | 4. |
| (1)(4)(5) | (4) | (1)(2)(5) | (2)(3)(5) |

三、填充題

| | | | | |
|---------|-----|--------|----------------|-----------------|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| 11 : 19 | 570 | 136782 | $n(n+1)(2n+1)$ | $\frac{6}{9}$ |
| 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
| 20% | 88 | 20 | 國文 | $-\frac{3}{20}$ |

四、計算題

| | | |
|---|-----------------------------------|----|
| 1. | 2. | 3. |
| $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 2a_{n-1} + 1, 2 \leq n \leq 64 \end{cases}$ | $a_n = 2^n - 1, 1 \leq n \leq 64$ | 略 |