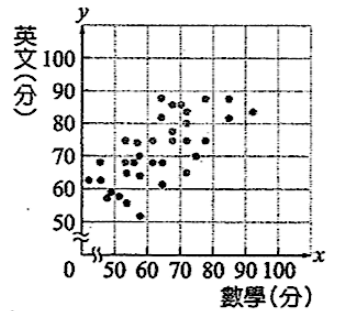


瑞祥高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題（每題 7 分，共 21 分，7-4-2-0）

() 1. 高一某班 35 人段考數學成績 x 與英文成績 y 之散佈圖如下，每個點代表一位學生的成績，試問下列敘述何者正確？

- (A) 設每位學生的數學成績的標準化數據為 x' ，英文成績的標準化數據為 y' ，則 y' 對 x' 的最適直線斜率為正
(B) 數學成績的中位數介於 60 分到 70 分之間
(C) 英文成績的標準差大於 25 分
(D) 兩科總分大於等於 140 分者有 13 位
(E) 若將每人的數學成績都加 5 分，英文成績都減 5 分，則這兩科成績相關係數仍不變



() 2. 設有 10 筆二維數據 $(x, y) = (x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, 10$ ，其中算數平均數 $\mu_x = 3$ ， $\mu_y = 5$ ，相關係數為 0.9，且已知 y 對 x 的最適合直線 L 通過 $(2, 3)$ ，試問下列敘述何者正確？

- (A) L 會通過 $(\frac{5}{2}, 4)$ (B) L 的方程式為 $y = x + \frac{3}{2}$
(C) 此 10 筆數據 $(x, y) = (x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, 10$ 中必有 9 筆會落在直線 L 上
(D) y 的標準差大於 x 的標準差 (E) x 對 y 的最適合直線斜率大於 L 的斜率

() 3. 將所有自然數 $1, 2, 3, \dots$ ，先刪去 2 的倍數，再刪去 3 的倍數，最後刪去 5 的倍數，剩下的自然數由小而大排列成一個數列 $\langle a_n \rangle = \langle 1, 7, 11, 13, 17, \dots \rangle$ ，試問下列敘述何者正確？

- (A) 2013 在數列 $\langle a_n \rangle$ 中 (B) 2023 在數列 $\langle a_n \rangle$ 中 (C) $a_{100} = 373$
(D) $a_{540} = 2003$ (E) 此數列前 20 項之和為 511

二、填充題（每格 6 分，共 72 分）

1. 設遞迴數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = 4a_{n-1} + 2, n \geq 2 \end{cases}$ ，試求一般項 $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(以 n 表示)

2. 設一等比數列的首項為 3，末項為 -1536 ，和為 -1023 ，試求其項數為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 試求級數 $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 100 \times 101 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 某人於年初向銀行借錢 132400 元，年利率 10%，每年複利計息一次。若此人打算每年年底還款一次，每次攤還金額相等，分三年還清，試問每年年底應攤還金額為 _____ 元。
5. 已知某開發中國家近四年來的經濟成長率依序為 21%、50%、-20%、20%，試求此國家四年來的每年平均成長率為 _____ %。
6. 已知有五位同學的數學成績分別為 77 分、65 分、91 分、79 分、 k 分，設此五位同學的數學成績的算數平均數和中位數相等，試求所有可能 k 值得總和為 _____。
7. 設有一組 8 筆的資料，其數值均為整數，且其中最小的數值為 1，最大的數值為 11，若該組資料的標準差最大值為 M ，標準差最小值為 m ，是求數對 $(M, m) =$ _____。
8. 某次段考某班的英文科平均為 60 分，標準差為 5 分，數學科平均為 50 分，標準差為 10 分，而這兩科成績之相關係數為 0.87，後來調整分數，將每位同學之英文成績乘以 1.3 再減 8 分，數學成績乘以 0.4 再加 40 分，設調整分數後之英文科平均為 a ，數學科標準差為 b ，兩科之相關係數為 r ，試求數對 $(a, b, r) =$ _____。
9. 有 4 筆二維數據如右表，試求 y 對 x 的最適合直線方程式為 _____。

x	1	2	4	5
y	2	3	2	5

10. 將 5 筆數據 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 標準化後得 $z_1, z_2, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}$ ，試求 $|z_1 \cdot z_2| =$ _____。

11. 試求級數 $1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + \cdots + (1 + 2 + 3 + \cdots + 22) =$ _____。

12. 已知一等差數列，第 10 項為 23，第 25 項為 -22 ，設 S_n 表此數列前 n 項之總和，試求 S_n 之最大值為 _____。

三、證明題（共 7 分）

試用數學歸納法證明 $1^2 + 3^2 + \cdots + (2n - 1)^2 = \frac{n(4n^2 - 1)}{3}$ 對所有正整數 n 均成立。

瑞祥高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題

1.	2.	3.
(A)(B)(E)	(A)(D)	(B)(C)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{2}{3}(4^n - 1)$	10	343400	53240	$20\sqrt{33} - 100$
6.	7.	8.	9.	10.
234	$(5, \frac{5}{2})$	$(10, 4, 0.87)$	$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$	$\frac{33}{16}$
11.	12.			
2024	442			

三、計算題

1.
略