

新莊高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

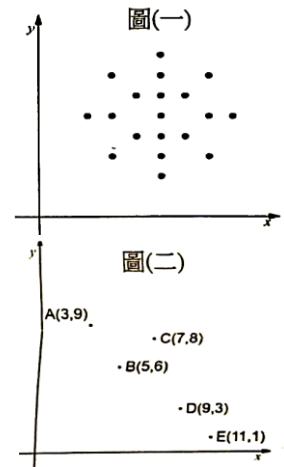
一、單選題（每題 4 分，共 8 分）

() 1. 如圖（一）表示二組資料 x 、 y 的散佈圖，則其相關係數 r 最接近

- (1) -1 (2) -0.5 (3) 0 (4) 0.5 (5) 1

() 2. 如圖（二），5 筆資料去掉哪一筆資料後剩下四筆資料的相關係數會最小？

- (1) A (2) B (3) C (4) D (5) E



二、多選題（每題 6 分，共 24 分，6-4-2-0）

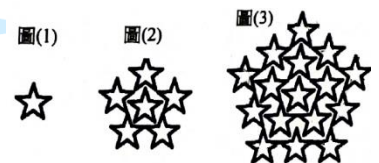
() 1. 請選出正確的選項。

- (1) 設 $\langle a_n \rangle$ 是等差數列，則 $\langle a_n + 112 \rangle$ 也是等差數列
 (2) 設 $\langle a_n \rangle$ 是等差數列，則 $\langle a_n + 3n + 24 \rangle$ 也是等差數列
 (3) 設 $\langle a_n \rangle$ 是等比數列，則 $\langle |a_n| \rangle$ 也是等比數列
 (4) 設 $\langle a_n \rangle$ 是等比數列，則 $\langle 5^{a_n} \rangle$ 也是等比數列
 (5) 設 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 是兩等比數列，則 $\langle a_n + b_n \rangle$ 也是等比數列

() 2. 數列 $\langle a_n \rangle$ 是首項 $a_1 = 50$ ，公差 $d = -3$ 的等差數列，此數列前 n 項和以 S_n 表示。請選出正確的選項。

- (1) $n \geq 2$ 時， $a_n = a_{n-1} - 3$ (2) $a_{20} - a_{10} = 30$ (3) 一般項 $a_n = 50 - 3n$ ， n 為正整數
 (4) 當 $n = 18$ 時， S_n 有最大值 (5) 從第 35 項開始， S_n 為負數

() 3. 如右圖，Keroro 軍曹發明了一種讓星星增加的機器，增加的部分將原先的星星周圍緊密圍成一圈，如圖 (1) 有一個星星，圖 (2) 有 6 個星星，圖 (3) 有 16 個星星，...，依此規律。設數列 $\langle a_n \rangle$ 為圖 (n) 中的星星個。請選出正確的選項。



- (1) $a_4 = 36$ (2) $a_5 = 51$ (3) 對任何正整數 n ， $a_n = 5 + 10 + 15 + \dots + 5(n-1)$
 (4) 對任何正整數 n ， $a_n = \frac{5}{2}n^2 - \frac{5}{2}n + 1$ (5) 圖 (1) 至圖 (11) 全部星星的總數量為 1101 個

() 4. 某班期末考數學科成績 x_i 的算數平均數 μ_x 為 25 分，標準差 σ_x 為 4 分，因成績太低，老師想調整同學的成績，老師提出三種方案：

方案甲：每位同學都以 $y_i = 2x_i + 15$ 方式調整

方式乙：每位同學都個 $z_i = 10\sqrt{x_i}$ 方式調整

方式丙：將每位同學的原始成績標準化以餉，將標準化數據 μ_i 乘以 2 再加 60 的方式調整，即每位同學都以 $y_i = 2\mu_i + 60$ 方式調整

三種方案加分後均沒有超過 100 分的情形。請選出正確的選項。

- (1) 若採方案甲，加分後算數平均數 μ_y 為 65 分且標準差 σ_y 為 8 分
 (2) 若採方案乙，加分後標準差 σ_z 為 20 分
 (3) 經方案乙調整之後，原始成績 36 分以上的同學，新成績就會及格
 (4) 經方案丙調整之後，新成績最高分、最低分的差距大原始成績最高分、最低分的差距
 (5) 原始成績與方案甲成績的相關係數等於原始成績與方案丙成績的相關係數

三、填充題（每格 5 分，共 60 分）

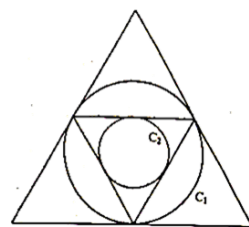
1. 小新第一次期中考考試科目六科，六科成績的算數平均數為 70 分，其中五科的成績為 52，70，70，70，76，若此六科成績的標準差為 \sqrt{k} ，則 $k =$ _____。

2. 在 4 與 64 之間放進三正數 a 、 b 、 c ，使得 4、 a 、 b 與 b 、 c 、64 均成等比數列，而 a 、 b 、 c 成等差數列，試求： $a + b + c =$ _____。

3. 利用公式 $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$ ，計算 $15^3 + 16^3 + \cdots + 30^3 =$ _____。

4. 數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = n^2 + 5n + 2$ ，則 $a_{35} =$ _____。

5. 如右圖，將邊長為 1 的正三角形作其內切圓 C_1 ，然後作 C_1 的內接正三角形，再作其內切圓 C_2 ， \cdots ，依此類推，依序得圓 C_3 、 C_4 、 C_5 、 C_6 ，請問這六個圓的圓周長總和為 _____ π 。



6. 某公司最近三年的營業額成長率依序是 -1% （衰退 1% ）、 -19% （衰退 19% ）、 21% （成長 21% ），則此公司這三年的營業額平均成長率為 _____ %。

7. 某班 40 位同學第一次月考的數學成績 (x) 的平均分數是 65 分，標準差為 10 分；英文成績 (y) 平均分數為 70 分，標準差為 5 分，二個成績的相關係數是 0.8。若某學生數學成績為 70 分，請問其英文成績的預測分數為 _____ 分。

8. 一組資料： $1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, \dots, \underbrace{k, k, \dots, k, k}_{k \text{ 有 } (k+2) \text{ 個}}, \dots, \underbrace{24, 24, \dots, 24, 24}_{24 \text{ 有 } 26 \text{ 個}}$ ，若此資料的算數平均數為 μ ，第 25 百分位數為 P_{25} ，則數對 $(\mu, P_{25}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 根據某商店的銷售紀錄，7 月 1 日開始，連續 5 日每日最高溫與當日冰棒銷售量如下表：

日期	7/1	7/2	7/3	7/4	7/5
最高溫 ($x^{\circ}\text{C}$)	30	34	36	33	32
銷售量 (y 枝)	430	500	600	540	560

若氣象局預測第 6 日最高溫為 37°C ，以最適直線預估第 6 日的冰棒銷售量為 _____ 枝。

10. 新莊銀行於新春後推出優惠存款方案。優惠存款方案為每月月初存入 1 萬元，以月利率 0.2% 每月複利計算利息，請問：滿兩年後本利和為 _____ 元。(已知 $1.024^{24} \approx 1.608$ ， $1.002^{24} \approx 1.049$)

四、計算題（共 20 分）

1. 某班 50 名學生數學課分為 A 、 B 兩組，一次測驗的結果如下：

A 組 20 人，算數平均數為 80 分，標準差 8 分； B 組 30 人，算數平均數 70 分，標準差 12 分。試求：

- (1) 全班 50 名學生成績的平均成績為多少分。（3 分）
(2) 若全班 50 名學生成績的標準差為 \sqrt{m} 分，則 $m = ?$ （5 分）

2. 設 $P > 0$ 且 p 為質數，數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴關係式
$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n = 3(a_{n-1})^2 + 4a_{n-1} + 3, n \geq 2 \end{cases}$$

- (1) 試求 a_2 、 a_3 （2 分）
(2) 對一切正整數 n ， $a_n + 3$ 恆為質數 p 的倍數，請推測 p 的值（2 分）
(3) 利用數學歸納法證明你第 (2) 小題的推測是正確的（8 分）

新莊高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題

1.	2.
(3)	(3)

二、多選題

1.	2.	3.	4.
(1)(2)(3)	(1)(5)	(2)(4)	(1)(3)(5)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
84	75	205200	$\frac{74}{35}$	$\frac{21\sqrt{3}}{32}$
6.	7.	8.	9.	10.
-1	72	$\left(\frac{1375}{87}, 11\right)$	616	245490

四、計算題

1.(1)	1.(2)	2.(1)	2.(2)	2.(3)
74	$m = 136$	$a_2 = 67$ $a_3 = 13738$	7	略