

## 新化高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

### 一、單選題

- ( ) 1. 某高中一年級共有 508 位學生，假設規劃一場盛大的武林高手表演，並要求以指定的隊形呈現；又為了滿足隊形整齊，阿升邀請阿志，連同全體高一學生下場參與演出。如果規定排法如下：將所有人分成若干排站好，第一排站 14 個人，且每一排都比前一排多 2 個人。已知正中間的那一排有 30 個人，請問此梯形的隊形總共有幾排？  
 (A) 9 (B) 17 (C) 25 (D) 30 (E) 33
- ( ) 2. 設數列  $\langle a_n \rangle$  的首項  $a_1 = 1$ ，且滿足關係式  $-2a_n + a_{n+1} = 0$ ，求此數列的第十一項  $a_{11} =$   
 (A) 1 (B) 0 (C) 512 (D) 1024 (E) 2048
- ( ) 3. 某公司機構自民國 108 年到 111 年這三年的經濟成長率分別為  $-10\%$ 、 $20\%$ 、 $60\%$ ，請問該公司這三年平均經濟成長率最接近下列哪一個選項？  
 (A)  $10\%$  (B)  $15\%$  (C)  $20\%$  (D)  $25\%$  (E)  $30\%$
- ( ) 4. 某次考試，阿三的國文、英文、數學成績分別為 85 分、65 分、75 分，而全班國文、英文、數學的平均成績分別為 76 分、45 分、67 分，標準差分別為 6 分、10 分、8 分，試問阿三哪科在班上考得相對上是最好？  
 (A) 英文 (B) 國文 (C) 數學 (D) 三科一樣好 (E) 無法判斷
- ( ) 5. 請問以多少的正整數  $n$ ，使得級數  $\frac{1^3}{n} + \frac{2^3}{n} + \frac{3^3}{n} + \cdots + \frac{6^3}{n}$  的和為整數？  
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 18

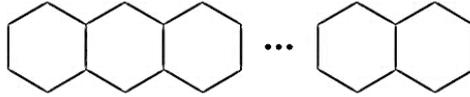
### 二、多選題

- ( ) 1. 下列敘述哪些正確？  
 (A) 數列  $0, 0, 0$  既是等差數列也是等比數列  
 (B)  $21^2 + 22^2 + 23^2 + \cdots + 30^2 = 6585$   
 (C) 等比級數  $1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2^{20}$  的和為  $2^{20} - 1$   
 (D) 若等差數列  $\langle a_n \rangle$  滿足  $a_{10} = 25$ ， $a_{20} = 13$ ，則此數列從第 31 項開始出現負數  
 (E) 若  $\langle b_n \rangle$  為等比數列，則  $\langle b_n^3 \rangle$  也是等比數列
- ( ) 2. 數學老師利用班上 25 位學生補習的科目數  $(x)$  與學期總成績分數  $(y)$  進行二維數據的分析，已知平均數  $\mu_x = 3$ ， $\mu_y = 70$ ，且  $x$  與  $y$  的相關係數為  $-\frac{3}{5}$ 。且已知用  $y$  對  $x$  的迴歸直線為  $y = mx + k$  能推估出「補習 2 科的學期總成績為 78 分」，則下列何者是正確的？  
 (A) 迴歸直線過點  $(3, 70)$  (B) 迴歸直線的斜率  $m = -\frac{3}{5}$   
 (C)  $k = 94$  (D)  $x$  的標準差大於  $y$  的標準差  
 (E) 依據此資料的迴歸直線，推估顯示補習科目若達 5 科以上（包含 5 科），學生學期總成績將會低於 60 分
- ( ) 3. 小明調查公司 100 位員工的年齡  $(x)$  與體重  $(y)$ ， $x$  單位為歲， $y$  單位為公斤，得到 100 對數據  $(x_1, y_1)$ ， $(x_2, y_2)$ ， $\dots$ ， $(x_{100}, y_{100})$  並將其繪製成散佈圖。試選出正確的選項。  
 (A) 相關係數  $r$  有可能為 1.2  
 (B) 若所有點都在直線  $y = 0.5x + 40$  上，則相關係數為 0.5  
 (C) 若  $y$  對  $x$  的最適合直線為  $y = 0.5x + 40$ ，則一名 30 歲員工利用最適直線預估體重為 55 公斤  
 (D) 若將體重的單位從公斤改為磅（1 公斤約等於 2.2 磅），則相關係數不變  
 (E) 若將年齡的單位改為出生時間的西元年，則相關係數不變

- ( ) 4. 已知數列  $\langle a_n \rangle$  的前  $n$  項和為  $S_n = 3n^2 - 97n + 2$  且一般項以  $a_k$  表示；請問下列哪些選項是正確的？  
 (A)  $a_1 = 92$                       (B)  $a_2 = -88$                       (C) 此數列為等差數列  
 (D) 若前  $n$  項和  $S_n$  有最小值，則  $n$  的值為 16                      (E) 從第 6 項至第 30 項的和為 264
- ( ) 5. 已知等差數列  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{101}$  共有 101 項，其和為 0 且  $a_{81} = 81$ ，下列敘述何者正確？  
 (A)  $a_1 < 0$                       (B)  $a_{51} = 0$                       (C) 公差  $d > 0$                       (D)  $a_3 + a_{99} > 0$                       (E)  $a_3 + a_{99} = 0$

三、填充題（每格 5 分，共 60 分）

1. 蜜蜂哥哥用牙籤排成正六邊形，且邊與邊緊靠在一起，排成如下圖形：



若蜜蜂哥哥總共用了 231 根牙籤排成上圖，則他共排出了 \_\_\_\_\_ 個正六邊形。

2. 數學老師計算學期成績的公式如下：十次平時考中取較好的五次之平均值占 30%，三次期中考共占 50%，期末考占 20%。小鳳十次平時考成績分別為 62, 82, 70, 73, 85, 50, 92, 80, 57, 76，三次期中考成績分別為 79, 62, 87，如果小鳳學期成績想要達到 80 分，則她期末考就必須考 \_\_\_\_\_ 分以上。（成績皆為整數）
3. 數列  $\langle a_n \rangle$  的前四項如下： $a_1 = 5 + \frac{3}{2}$ ， $a_2 = 10 - \frac{3}{4}$ ， $a_3 = 15 + \frac{3}{8}$ ， $a_4 = 20 - \frac{3}{16}$ ，依照規律往下寫，試求前 8 項總和為 \_\_\_\_\_。（答案以帶分數表示）
4. 某高中一次數學競試成績結算得平均值 42 分，標準差 18 分；為使成績公告時平均值提高到 63 分，故將所有成績均進行數據的伸縮與平移處理，且使得原始的最高分數 72 分變為 88 分，此時標準差變成 \_\_\_\_\_ 分。

5. 有四正數  $2, x, y, 9$ ，前三項成等差，後三項成等比，則數對  $(x, y) =$  \_\_\_\_\_。
6. 在 50 個數據裡，其中有 15 個是 1，有 10 個是  $-1$ ，其餘都是 0，則這組數據的標準差是 \_\_\_\_\_。
7. 已知數列  $\langle a_n \rangle$  的遞迴關係式為  $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + n^2, n \geq 2 \end{cases}$ ，求第十項  $a_{10} =$  \_\_\_\_\_。
8. 設數列  $\langle a_n \rangle$  的首項  $a_1 = 1$ ，且滿足  $a_{n-1} = \frac{a_n}{1 - a_n}$ ， $n \geq 2$ ，則  $a_9 =$  \_\_\_\_\_。
9. 設數列中，對於所有的正整數  $n$ ， $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = 3^{n+1} \times (n^2 + n)$ ，則此數列的一般項通式  $a_n =$  \_\_\_\_\_。
10. 一群數值  $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots, 100, 100, \dots, 100$ ，其中每個數字出現的次數與其值相同，試求此資歷料的算數平均數為 \_\_\_\_\_。

11. 某飲料廠商想要推出一種新產品，在產品上市之前先以不同的單價  $X$  (單位：元) 調查市場的銷售量  $Y$  (單位：杯)；調查結果如下表所示：

$X$	35	40	55	50	45
$Y$	9	11	10	8	7

試求：(1) 相關係數為  $r =$  \_\_\_\_\_ 。

(2)  $Y$  對  $X$  的迴歸直線為 \_\_\_\_\_ 。

12. 小芬用計算機依序輸入  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$  求和的過程中，不小心把 20 多加了一次，結果所得到錯誤的和為 230，試求  $n$  的值為 \_\_\_\_\_ 。

13. 有  $n$  組數據  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ，其中  $x$  的算數平均數  $\mu_x = 55$ ， $x$  與  $y$  的標準差分別為  $\sigma_x = 10$ ， $\sigma_y = 5$ 。已知  $x$  與  $y$  的相關係數為 0.8，且  $y$  對  $x$  的迴歸直線通過點  $(65, 63)$ ，求  $y$  的算數平均數為 \_\_\_\_\_ 。

14. 某班有 40 人參加考試，老師計算成績後，得全班之平均分數為 51 分，標準差為  $\sqrt{3}$  分。但教務處通知：有一考生作弊，其原分數 40 分應改為 0 分。則此班同學考試真正的標準差為 \_\_\_\_\_ 分。

新化高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(B)	(D)	(C)	(A)	(D)

二、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(B)(D)(E)	(A)(C)(E)	(C)(D)	(B)(D)	(A)(B)(C)(E)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
46	86	$180\frac{255}{256}$	15	(4, 6)
6.	7.	8.	9.	10.
$\frac{7}{10}$	385	$\frac{1}{9}$	$3^n(2n + 4)$	67
11.(1)	11.(2)	12.	13.	14.
$-\frac{1}{10}$	$y = -\frac{1}{50x} + \frac{99}{10}$	20	59	8