

小港高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、填充題（共 100 分）

1. 全班有 35 人，數學及格有 18 人，英文及格有 25 人，數學與英文都及格有 15 人，試問數學與英文都不及格有 _____ 人。
2. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ ， $B = \{2, 3, 7, x^2\}$ ，求 $B - A =$ _____。
3. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = \frac{n}{n-1} a_{n-1} \end{cases} (n \geq 2)$ ，求 $a_{2023} =$ _____。
4. 求 $2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 99^2 + 100^2 =$ _____。
5. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項為 2，第三項為 18，求此等比數列前六項的和為 _____。
6. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 之前 n 項和 $S_n = 2n^2 - n$ ，求 $a_{2023} =$ _____。
7. 從 1 到 18，這 18 個整數中，取出相異的 4 個數 a, b, c, d ，使其成為等差數列，且 $a < b < c < d$ ，則 (a, b, c, d) 的取法有 _____ 種。

8. 用 1、2、3、4、5 等五個數字，任取 4 個相異數字排成四位數，其中不為 2 的倍數共有 _____ 個。

9. 港中班聯會成員共有 10 人，欲選出 4 人來分別擔任文書、美宣、活動以及公關四種職務。若班聯會中，甲和乙兩位同學自願各擔任一種職務，則共有 _____ 種選法。

10. 美食社幹部 9 任訂購復胖達外送，有雞腿、排骨、魚排及牛排四種不同品項便當可選，每人選購一種，若訂單含三種以上不同品項即享免運服務。請問共有 _____ 種不同的免運費訂單。

11. 西索是一位疊撲克牌達人，想要練習用撲克牌來堆疊撲克牌的金字塔，如右圖。若她的目標為疊出 20 層的金字塔（最下一層的三角形只有兩個邊有撲克牌）。撲克牌金字塔的前視圖，如右圖所示：依此規律可畫 4 層、5 層、……，並設 $\langle a_n \rangle$ 是 n 層中小三角形的總數和（如 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 4$ ， $a_3 = 9$ ，，……）。

(1) 寫出數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式： _____ 。

(2) 若每一小三角形一邊用一張撲克牌，則排 20 層的撲克牌金字塔至少需要準備副撲克牌才足夠完成這項練習（撲克牌一副 52 張+2 張鬼牌）



12. 設 a 、 b 、 c 三數成等比數列，且滿足 $a + b + c = 9$ 及 $a^2 + b^2 + c^2 = 189$ ，則 $b =$ _____ 。

13. 甲乙兩人就讀同一間學校，每次考試，甲的總分以等差數列增加，乙的總分以等差數列減少，第 1 次考試甲的總分 210 分，乙的總分 450 分，第 7 次考試時，兩人同分，求第 12 次考試兩人總分差距 _____ 分。
14. 有八隻胖瘦均不同的汪星人，其中三隻花色、四隻黃色及一隻黑色。將這八隻汪星人排成一列，試問將花、黃、黑三種色的汪星人各連排在一起共有 _____ 種排列數。
15. 某速食店推出「買 A 送 B」的優惠活動，但規定贈送 B 區的價格不可超出 A 區的價格。該活動 A 區有 24 種不同品項（冷、熱為不同品項），B 區有 11 種不同品項（冷、熱為不同品項），價格與品項表如下：

| 買 A | | | | | |
|-------|--------------|------|--------------|------|-------------|
| 75 元 | 經典拿鐵 (冰/熱) | 55 元 | 蜂蜜紅茶 | 38 元 | 中杯汽水 |
| 75 元 | 經典卡布奇諾 (冰/熱) | 65 元 | 蜂蜜奶茶 (冰/熱) | | 中杯冰紅茶 |
| 48 元 | 經典美式咖啡 (冰/熱) | 48 元 | 奶茶 | | 中杯奶茶 |
| | | 75 元 | 阿薩姆奶茶 (冰/熱) | | 中杯冰綠茶 |
| 49 元 | 4 塊麥克雞塊 | 65 元 | 大包薯條 | 65 元 | 雙倍 OREO 冰炫風 |
| 64 元 | 6 塊麥克雞塊 | | 金黃地瓜條 | 55 元 | 大杯玉米濃湯 |
| 104 元 | 10 塊麥克雞塊 | | | | OREO 冰炫風 |
| 送 B | | | | | |
| 38 元 | 中杯汽水 | 48 元 | 經典美式咖啡 (冰/熱) | 37 元 | 薯餅 |
| | 中杯冰紅茶 | | | | |
| | 中杯奶茶 | | | | |
| | 中杯冰綠茶 | | | | |
| 18 元 | 蛋捲冰淇淋 | 40 元 | 小包薯條 | 38 元 | 中杯冰紅茶 |
| | | | | 48 元 | 大杯奶茶 |

請問在此優惠活動中，共有 _____ 種不同的「買 A 送 B」之搭配方法。

16. 112 年 2 月 23 日學科能力測驗成績出爐，各科成績標準一覽表如下：

| 標準 項目 | 頂標 | 前標 | 均標 | 後標 | 底標 |
|----------|----|----|----|----|----|
| 國文 | 13 | 12 | 11 | 9 | 8 |
| 英文 | 13 | 11 | 8 | 5 | 4 |
| 數學 A | 11 | 9 | 7 | 5 | 4 |
| 數學 B | 12 | 10 | 7 | 4 | 3 |
| 社會 | 12 | 11 | 9 | 8 | 6 |
| 自然 | 13 | 11 | 9 | 6 | 5 |

南部某大學為留住南部高中的優秀高中生，有個「南海明珠」入學計畫，凡符合資格的南部高中升級可填寫志願卡申請。志願卡填寫規則：1、一名高中生限填一學院 2、可填志願數為可填該學院招生係數的志願數

各學院申請資格、招生系數即可填志願數如下表：

| 考科 學院 | 國文 | 英文 | 數學 A | 數學 B | 社會 | 自然 | 招生 係數 | 可填志 願數 |
|----------|----|----|------|------|----|----|----------|-----------|
| 文學院 | 前標 | 前標 | X | X | 均標 | X | 10 | 5 |
| 商學院 | 前標 | 前標 | X | 前標 | 前標 | X | 9 | 5 |
| 理學院 | X | 均標 | 前標 | X | 後標 | 前標 | 8 | 4 |
| 工學院 | 均標 | 前標 | 前標 | X | X | 前標 | 7 | 4 |
| 醫學院 | 前標 | 頂標 | 頂標 | X | X | 頂標 | 6 | 4 |

註：X 為該科不設標準

今有兩名小港高中考生學科能力測驗成績如下：

| 考科 考生 | 國文 | 英文 | 數學 A | 數學 B | 社會 | 自然 |
|----------|----|----|------|------|----|----|
| 歐拉 | 13 | 12 | 5 | 3 | 11 | 3 |
| 爾文 | 12 | 12 | 11 | 12 | 5 | 11 |

試問：(1) 若以可憐「招生系數」為最多當依據，則歐拉該填 _____ 學院；爾文該填 _____ 學院。

(2) 承上題，兩人各選 3 個系填入志願卡，則兩人志願排序相加共有 _____ 種排法。

小港高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、填充題

| | | | | |
|---|----------------|--------|--------|---------------|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| 7 | $\{ 7, x^2 \}$ | 2023 | 338349 | 728 or -364 |
| 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
| 8089 | 45 | 72 | 672 | 168 |
| 11.(1) | 11.(2) | 12. | 13. | 14. |
| $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + (2n - 1) \end{cases}$ | 12 | -6 | 200 | 864 |
| 15. | 16.(1) | 16.(2) | | |
| 248 | 文學、工學 | 930 | | |

