

台南二中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題（每題 5 分，共 10 分，5-3-1-0）

() 1. 某校高一第一次段考，數學成績 (x) 的算數平均數為 50 分，標準差為 10 分；

物理成績 (y) 的算數平均數為 40 分，標準差為 12 分；

計算兩科成績的相關係數為 0.75。

今將每位學生的兩科成績依下列方式調整：

數學成績乘以 0.8 再加 20 分，物理成績皆加 15 分，

且調整後的成績都未超過 100 分。試選出正確的選項。

(A) 調整後，數學成績的算數平均數為 60 分，標準差為 8 分

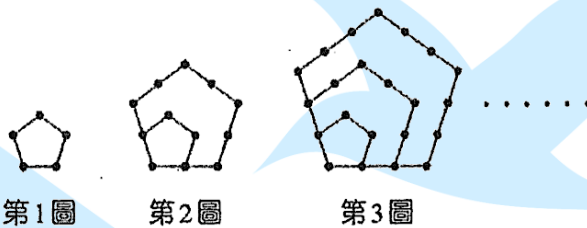
(B) 調整後，數學成績與物理成績的相關係數為 0.8

(C) 調整前的數學成績與調整後的數學成績，其相關係數為 0.75

(D) 調整後，物理成績 (y') 對數學成績 (x') 的迴歸直線的斜率為 $\frac{9}{8}$

(E) 若再將調整後的兩科成績標準化，則標準化後，物理成績 (y'') 對數學成績 (x'') 的迴歸直線方程式為 $y'' = 0.75x''$

() 2. 請觀察下列各圖中黑點的個數。



設 a_n 表示第 n 圖中黑點的個數，如 $a_1 = 5$ ，……。試選出正確的選項。

(A) $a_3 = a_2 + 7$

(B) $a_3 = 22$

(C) $a_4 = 36$

(D) 數列 $\{a_n\}$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = a_{n-1} + (3n + 4), (n \geq 2) \end{cases}$

(E) 一般項 $a_n = \frac{3n^2 + 5n + 2}{2}$

三、填充題（共 80 分）

1. 已知等比數列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_3 = 15$ ， $a_2 + a_4 = 30$ ，求此數列前 10 項的和為 _____。

2. 設 a 、 b 、 c 三數成等差數列，且三數之和為 15，又 $a + 1$ 、 $b + 4$ 、 $c + 19$ 三數成等比數列，求數組 $(a, b, c) =$ _____。

3. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和 $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}}$ ，若 $|2 - S_n| < 0.0005$ ，求正整數 n 的最小值為 _____。
4. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1$ ， $a_n = a_{n-1} + (n+2)^3$ ， $(n \geq 2)$ ，求 a_{18} 的值 = _____。
5. 有一規律的級數如下： $1 \times 7 + 2 \times 13 + 3 \times 19 + 4 \times 25 + \cdots + 20 \times 121$ ，求此級數的和 = _____。
6. 小華參加某銀行的儲蓄存款，年利率 2%，且每年複利孳息一次，若每年年初皆存入 2000 元，求在第十年年底結算時，本利和為 _____ 元。(元以下四捨五入)【已知 $(1.02)^9 \approx 1.1951$ ， $(1.02)^{10} \approx 1.2190$ 】
7. 某公司四年來的年營收成長率分別為 -20% 、 25% 、 96% 、 96% ，求此公司這四年每年營收的平均成長率為 _____。
8. 某班 30 位同學的數學成績由小排到大如下所示，求此 30 筆數學成績的第 60 百分位數 (P_{60}) = _____。
- 38, 38, 45, 47, 50, 52, 55, 56, 58, 60,
60, 62, 64, 65, 68, 70, 72, 73, 75, 77,
78, 80, 81, 83, 88, 90, 91, 93, 94, 96

9. 已知一組數據為 2, 4, 8, 10, 10, 14, 求這組數據的標準差為_____。

10. 下表籃球明星傑哥與全體球員的比賽成績，請問傑哥在隊上哪一方面表現最佳？_____。

| | 籃板 | 得分 | 抄截 | 助攻 |
|-------|-----|----|-----|-----|
| 傑哥 | 5.8 | 26 | 1.6 | 4.4 |
| 全隊平均值 | 5 | 20 | 0.8 | 3.8 |
| 全隊標準差 | 1.6 | 3 | 0.3 | 0.4 |

11. 高一甲班某次段考的數學成績 (X) 與國文成績 (Y) 的算數平均數分別為 $\mu_x = 60$ 、 $\mu_y = 65$ ，標準差分別為 $\sigma_x = 8$ 、 $\sigma_y = 4$ ，相關係數 $r = 0.8$ 。求：

- (1) 國文成績 (Y) 對數學成績 (X) 的迴歸直線方程式_____。(以 $y = ax + b$ 的形式表示)
- (2) 已知小明的數學成績為 80 分，試推估小明的國文成績為_____分。

12. 二維數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_{20}, y_{20})$ 中，若 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ 的算數平均數為 20，標準差為 8； $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{20}$ 的算數平均數為 k ，標準差為 2； x 與 y 相關係數 r 。已知此二維數據 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = -\frac{1}{10}x + 14$ ，求數對 $(k, r) =$ _____。

13. 某班有 40 名學生，某次數學考試成績經計算後得知，其算數平均數為 50 分，標準差為 10 分。後來發現成績登記有誤，某甲得 60 分卻誤計為 40 分，某乙得 70 分卻誤計為 90 分。更正後重新計算，求此次數學考試，全班正確成績的標準差應為_____分。

14. 高一某位數學老師想要調整任課班級 50 位同學的平時總成績，決定將每個人的原始成績開根號後再乘以 10 作為正式登記的成績。若調整後的算數平均數為 60 分，標準差為 20 分，求這 50 位同學未調整前成績的算數平均數為 _____ 分。

15. 老師注意到了申請入學考生的筆試成績似乎與其口試成績有關，因此隨機選了 6 位考生，其筆試成績與口試成績如下表。

| 考生 | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 | 戊 | 己 |
|--------------|---|---|---|---|---|---|
| 筆試成績 x (分) | 5 | 5 | 6 | 8 | 5 | 7 |
| 口試成績 y (分) | 3 | 6 | 5 | 8 | 3 | 5 |

- (1) 求 x 與 y 的相關係數 _____。
- (2) 求 y 對 x 的迴歸直線方程式（即最適直線方程式）_____。（以 $y = ax + b$ 的形式表示）

三、混合題（共 10 分）

1. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴式
$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ a_n = \frac{1}{2 - a_{n-1}}, (n \geq 2) \end{cases}$$

- (1) 推測一般項 a_n 的公式為 $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（以 n 表示， n 為正整數）（3 分）
- (2) 利用數學歸納法，證明第(1)小題的推測。（7 分）

台南二中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題

| | |
|-----------|--------|
| 1. | 2. |
| (A)(D)(E) | (B)(E) |

二、填充題

| | | | | |
|-------------------------|----------------------------------|---------------|-------------|-------|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| 3069 | (26 , 5 , -16) | 12 | 44065 | 17430 |
| 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
| 22338 | 40% | 74 | 4 | 抄截 |
| 11.(1) | 11.(2) | 12. | 13. | 14. |
| $y = \frac{2}{5}x + 41$ | 73 | (12 , -0.4) | $\sqrt{70}$ | 40 |
| 15.(1) | 15.(2) | | | |
| $\frac{3}{4}$ | $y = \frac{9}{8}x - \frac{7}{4}$ | | | |

三、混合題

| | |
|-----------------|-------|
| 1.(1) | 1.(2) |
| $\frac{n}{n+1}$ | 略 |