

台南二中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題（每題 5 分，共 10 分，5-3-1-0）

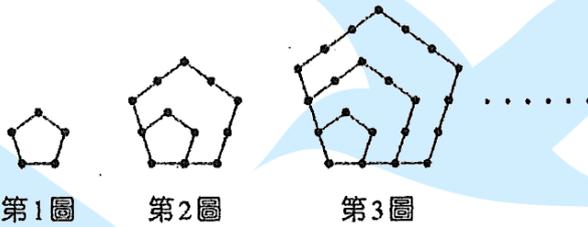
- () 1. 某校高一第一次段考，數學成績 (x) 的算數平均數為 50 分，標準差為 10 分；
 物理成績 (y) 的算數平均數為 40 分，標準差為 12 分；
 計算兩科成績的相關係數為 0.75。

今將每位學生的兩科成績依下列方式調整：

數學成績乘以 0.8 再加 20 分，物理成績皆加 15 分，

且調整後的成績都未超過 100 分。試選出正確的選項。

- (A) 調整後，數學成績的算數平均數為 60 分，標準差為 8 分
 (B) 調整後，數學成績與物理成績的相關係數為 0.8
 (C) 調整前的數學成績與調整後的數學成績，其相關係數為 0.75
 (D) 調整後，物理成績 (y') 對數學成績 (x') 的迴歸直線的斜率為 $\frac{9}{8}$
 (E) 若再將調整後的兩科成績標準化，則標準化後，物理成績 (y'') 對數學成績 (x'') 的迴歸直線方程式為 $y'' = 0.75x''$
- () 2. 請觀察下列各圖中黑點的個數。



設 a_n 表示第 n 圖中黑點的個數，如 $a_1 = 5, \dots$ 。試選出正確的選項。

- (A) $a_3 = a_2 + 7$ (B) $a_3 = 22$ (C) $a_4 = 36$
 (D) 數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = a_{n-1} + (3n + 4), (n \geq 2) \end{cases}$ (E) 一般項 $a_n = \frac{3n^2 + 5n + 2}{2}$

三、填充題（共 80 分）

1. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 中， $a_1 + a_3 = 15$ ， $a_2 + a_4 = 30$ ，求此數列前 10 項的和為 _____。
2. 設 $a、b、c$ 三數成等差數列，且三數之和為 15，又 $a + 1、b + 4、c + 19$ 三數成等比數列，求數組 $(a, b, c) =$ _____。

3. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和 $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}}$ ，若 $|2 - S_n| < 0.0005$ ，求正整數 n 的最小值為 _____。
4. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1$ ， $a_n = a_{n-1} + (n+2)^3$ ， $(n \geq 2)$ ，求 a_{18} 的值 = _____。
5. 有一規律的級數如下： $1 \times 7 + 2 \times 13 + 3 \times 19 + 4 \times 25 + \cdots + 20 \times 121$ ，求此級數的和 = _____。
6. 小華參加某銀行的儲蓄存款，年利率 2%，且每年複利孳息一次，若每年年初皆存入 2000 元，求在第十年年底結算時，本利和為 _____ 元。(元以下四捨五入)【已知 $(1.02)^9 \approx 1.1951$ ， $(1.02)^{10} \approx 1.2190$ 】
7. 某公司四年來的年營收成長率分別為 -20%、25%、96%、96%，求此公司這四年每年營收的平均成長率為 _____。
8. 某班 30 位同學的數學成績由小排到大如下所示，求此 30 筆數學成績的第 60 百分位數 (P_{60}) = _____。
- 38, 38, 45, 47, 50, 52, 55, 56, 58, 60,
60, 62, 64, 65, 68, 70, 72, 73, 75, 77,
78, 80, 81, 83, 88, 90, 91, 93, 94, 96

9. 已知一組數據為 $2, 4, 8, 10, 10, 14$ ，求這組數據的標準差為_____。

10. 下表籃球明星傑哥與全體球員的比賽成績，請問傑哥在隊上哪一方面表現最佳？_____。

	籃板	得分	抄截	助攻
傑哥	5.8	26	1.6	4.4
全隊平均值	5	20	0.8	3.8
全隊標準差	1.6	3	0.3	0.4

11. 高一甲班某次段考的數學成績 (X) 與國文成績 (Y) 的算數平均數分別為 $\mu_x = 60$ 、 $\mu_y = 65$ ，標準差分別為 $\sigma_x = 8$ 、 $\sigma_y = 4$ ，相關係數 $r = 0.8$ 。求：

(1) 國文成績 (Y) 對數學成績 (X) 的迴歸直線方程式_____。(以 $y = ax + b$ 的形式表示)

(2) 已知小明的數學成績為 80 分，試推估小明的國文成績為_____分。

12. 二維數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_{20}, y_{20})$ 中，若 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ 的算數平均數為 20，標準差為 8； $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{20}$ 的算數平均數為 k ，標準差為 2； x 與 y 相關係數 r 。已知此二維數據 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = -\frac{1}{10}x + 14$ ，求數對 $(k, r) =$ _____。

13. 某班有 40 名學生，某次數學考試成績經計算後得知，其算數平均數為 50 分，標準差為 10 分。後來發現成績登記有誤，某甲得 60 分卻誤計為 40 分，某乙得 70 分卻誤計為 90 分。更正後重新計算，求此次數學考試，全班正確成績的標準差應為_____分。

14. 高一某位數學老師想要調整任課班級 50 位同學的平時總成績，決定將每個人的原始成績開根號後再乘以 10 作為正式登記的成績。若調整後的算數平均數為 60 分，標準差為 20 分，求這 50 位同學未調整前成績的算數平均數為 _____ 分。

15. 老師注意到了申請入學考生的筆試成績似乎與其口試成績有關，因此隨機選了 6 位考生，其筆試成績與口試成績如下表。

考生	甲	乙	丙	丁	戊	己
筆試成績 x (分)	5	5	6	8	5	7
口試成績 y (分)	3	6	5	8	3	5

(1) 求 x 與 y 的相關係數 _____。

(2) 求 y 對 x 的迴歸直線方程式 (即最適直線方程式) _____。(以 $y = ax + b$ 的形式表示)

三、混合題 (共 10 分)

1. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴式
$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ a_n = \frac{1}{2 - a_{n-1}}, (n \geq 2) \end{cases}$$

(1) 推測一般項 a_n 的公式為 $a_n =$ _____。(以 n 表示, n 為正整數) (3 分)

(2) 利用數學歸納法, 證明第(1)小題的推測。(7 分)

台南二中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題

1.	2.
(A)(D)(E)	(B)(E)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
3069	(26, 5, -16)	12	44065	17430
6.	7.	8.	9.	10.
22338	40%	74	4	抄截
11.(1)	11.(2)	12.	13.	14.
$y = \frac{2}{5}x + 41$	73	(12, -0.4)	$\sqrt{70}$	40
15.(1)	15.(2)			
$\frac{3}{4}$	$y = \frac{9}{8}x - \frac{7}{4}$			

三、混合題

1.(1)	1.(2)
$\frac{n}{n+1}$	略