

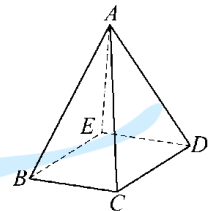
道明高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 B 卷

一、單選題（每題 5 分，共 20 分）

- () 1. 在空間中，下列敘述何者正確？
- (1) 過已知直線外一點，恰有一平面與此直線平行
 - (2) 已知直線 L_1 在平面 E 上，且另一直線 L_2 垂直平面 E ，則 L_1 垂直 L_2
 - (3) 若直線 L_1 垂直直線 L ，且直線 L_2 垂直直線 L ，則 L_1 平行 L_2
 - (4) 垂直於同一直線的兩相異平面必互相平行
 - (5) 兩歪斜線在平面上的正射影為相交一點的直線
- () 2. 空間一點 P ，滿足下列條件：(1) 與 xy 平面距離為 5；(2) 對稱 xz 平面之點為 $(a, -4, -c)$ ；(3) 對稱 y 軸之點為 $(-3, b, c)$ ，其中 $c > 0$ ，則 P 之坐標為
- (1) $(5, -4, 3)$ (2) $(-3, -4, -5)$ (3) $(3, 4, -5)$ (4) $(3, 4, 5)$ (5) $(-3, 4, 5)$
- () 3. 設 $(0, 0, 0)$ 、 $(1, 2, 2)$ 、 $(-2, 2, -1)$ 、 $(-2, -1, 2)$ 為某一個正立方體的四個頂點，則下列哪個點不是此立方體的頂點？
- (1) $(-4, 1, 1)$ (2) $(-1, 4, 1)$ (3) $(-1, 1, 4)$ (4) $(-3, 3, 3)$ (5) $(4, 1, -1)$
- () 4. 已知一地球儀球心 $(0, 0, 0)$ ，半徑為 4，赤道落在 xy 平面上， z 軸正向為球心往正北極方向，且 0° 經線落在 xz 平面上， P 點坐標為 $(\sqrt{3}, 1, 2\sqrt{3})$ ，則 P 點經、緯線位置為何？
- (1) 經線 30° 、北緯 60° (2) 西經 30° 、北緯 60° (3) 東經 30° 、北緯 30°
 - (4) 東經 45° 、北緯 45° (5) 東經 45° 、北緯 60°

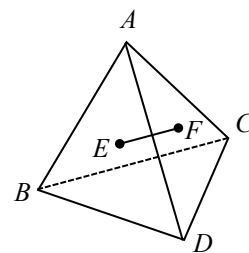
二、多選題（每題 10 分，共 30 分，10-6-2-0）

- () 1. 如右圖，其中底面為邊長是 2 的正方形，四個側面是腰為 3 的等腰三角形，下列那些選項正確？
- (1) $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{BD} = 4$ (2) $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$
 - (3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 3\sqrt{6}$ (4) 側面 ABC 與側面 ACD 的夾角為 θ ，則 $\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$
 - (5) 頂點 A 到底面的最短距離為 $\sqrt{7}$
- () 2. 設 $A(3, -1, 2)$ 、 $B(2, 1, 1)$ ，在 xz 平面上找到一點 C ，使得 $\triangle ABC$ 為正三角形，則 C 點坐標可為
- (1) $(1, 0, 3)$ (2) $(3, 0, 1)$ (3) $(0, 3, 0)$ (4) $(4, 0, 0)$ (5) $(0, 0, 4)$
- () 3. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ -20 & -6 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ ， $P = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ，又有一矩陣 C 滿足 $BP = PC$ ，試問下列選項哪些選項敘述是正確的？（註：第 (i, j) 元意指為矩陣裡第 i 列第 j 行的位元）
- (1) $B^n = \begin{bmatrix} (-1)^n & 0 \\ 0 & 8^n \end{bmatrix}$ (2) C 的第 $(1, 1)$ 元為 7 (3) C^{10} 的第 $(2, 2)$ 元為 $\frac{5 \times 2^{30} - 2}{3}$
 - (4) $PAP^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ (5) $(A + C)^{10}$ 的第 $(2, 1)$ 元為 $\frac{10(3^{10} + 6^{30})}{3}$



三、填充題（每格 5 分，共 50 分）

1. 阿奇蓋了一棟正四面體的玻璃溫室（如右圖）。今欲將一鋼柱橫架在室中，作為吊花的橫樑。其兩端分別固定在兩面牆 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的重心 E 、 F 處。阿奇要先知道這個鋼柱多長，才能請工人製作。雖然量出 \overline{BD} 的長度為 30 公尺，卻很難爬到 E 、 F 點測量 \overline{EF} 長。請幫阿奇算算 \overline{EF} 長為_____公尺。



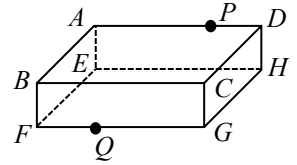
2. $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 平分線交 \overline{BC} 於 $D(x, y, z)$ ，若 $A(1, 1, 1)$ 、 $B(2, 3, 3)$ 、 $C(4, 5, 1)$ ，求 $x + y + z =$ _____。

3. 將一塊邊長 $\overline{AB} = 10$ 公分、 $\overline{BC} = 5$ 公分的長方形鐵片 $ABCD$ 沿對角線 \overline{BD} 對摺後豎立，使得平面 ABD 與平面 CBD 垂直，則 A 、 C 兩點（在空間）的距離 $\overline{AC} =$ _____公分。

4. 在空間坐標中，一線段在 xy 平面上的投影長為 5，在 yz 平面的投影長為 7，則此線段長度的最大值為_____。

5. 已知 A 與 BA 反方陣分別為 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 與 $(BA)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，若 $B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & u \end{bmatrix}$ ，則 $x + y + z + u$ 之值為_____。

6. 長方體 $ABCD-EFGH$ (如右圖) 中, $\overline{AB} = 2$, $\overline{AE} = 1$, $\overline{AD} = 5$, $\overline{AP} = 4$, $\overline{FQ} = 1$, 則在 P 點處有一隻螞蟥, 是求螞蟥沿著長方體表面爬行到 Q 點的最短距離為 _____。



7. 將地球儀設定成一個坐標空間, 其中球心為原點 $O(0,0,0)$, 地球儀上 A 城市的坐標為 $(3,6,2)$, 已知地球儀上所有與 A 城市的球面距離為 $\frac{14\pi}{3}$ 的地點所形成的圖形為一個圓, 並令此圓為 Ω , 則圓 Ω 的半徑為 _____。

8. 已知二階方陣 A 滿足 $A + A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$, 若 $A^3 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, 則 $a + b + c + d =$ _____。

9. 一實驗室培養兩種菌, 令 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 分表兩種菌在時間點 n 的數量, 彼此關係為 $a_{n+1} = 2a_n$, $b_{n+1} = a_n + 2b_n$, ($n = 0, 1, 2, \dots$)。已知 $a_0 = b_0 = 1$, 則 $b_5 =$ _____。

10. 設 $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $J = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 若 $(I + \frac{1}{3}J)^{10} = aI + bJ$, 求實數 $a + b$ 之值 _____。

道明高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 B 卷

一、單選題

1.	2.	3.	4.
(4)	(3)	(5)	(1)

二、多選題

1.	2.	3.
(2)(5)	(1)(4)	(1)(3)(4)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
10	$\frac{35}{4}$	$\sqrt{85}$	$\sqrt{74}$	$\frac{17}{2}$
6.	7.	8.	9.	10.
$\sqrt{18}$	$\frac{7\sqrt{3}}{2}$	-2	112	312