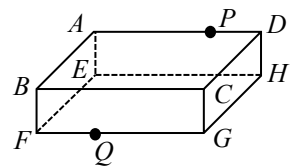


新化高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 B 卷

一、單選題

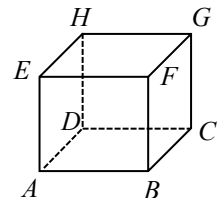
- () 1. 如圖，長方體 $ABCD-EFGH$ 中， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{AP} = 4$ ， $\overline{FQ} = 1$ ，則 $\overline{PQ} = ?$

(A) $\sqrt{23}$ (B) $\sqrt{26}$ (C) $\sqrt{29}$ (D) $\sqrt{31}$ (E) $\sqrt{33}$



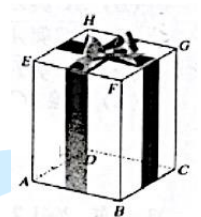
- () 2. 如右圖所示，設 $A(3, 4, 1)$ 、 $B(1, 6, 5)$ 是空間中一正立方體的兩個頂點，已知有一個頂點的坐標為 $(5, 2, 9)$ ，則此點為圖中的哪個頂點？

(A) C 點 (B) D 點 (C) E 點 (D) F 點 (E) G 點



- () 3. 已知某一球形的地球儀上，其北緯 30 度的經距為 $\frac{\pi}{6}$ (公分)，則該地球半徑應為？

(A) $20\sqrt{3}$ (B) $21\sqrt{3}$ (C) $22\sqrt{3}$ (D) $23\sqrt{3}$ (E) $24\sqrt{3}$ 公分

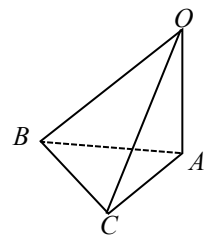


- () 4. 如圖是一個長方體包裝盒，已知 $\overline{AB} = x$ ， $\overline{AE} = 5$ ， $\overline{AD} = y$ ，若從 A 經過 \overline{BF} 到 G 在長方體表面上的最短距離是 15，求 $x + y = ?$

(A) $6\sqrt{2}$ (B) $7\sqrt{2}$ (C) $8\sqrt{2}$ (D) $9\sqrt{2}$ (E) $10\sqrt{2}$

- () 5. 如右圖，已知空間中，線段 \overline{OA} 垂直三角形 ABC 所在的平面。若三角形 ABC 的邊長關係為 $\overline{CA} = \overline{CB} = \frac{3}{4}\overline{AB}$ ，若平面 OAB 與平面 OAC 的兩面角為 θ ，求 $\cos \theta = ?$

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{2}{5}$



- () 6. 坐標空間中，到 xy 平面、 yz 平面、 xz 平面的距離均為 1 的點共有幾個？

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

- () 7. 今家中有一盞燈離地 $\sqrt{3}$ 公尺，其照射的燈光形成直圓錐狀，且直圓錐的軸與地板垂直。今發現照在地板上的區域形成半徑 1 公尺的圓，如圖 (一)。若燈可以旋轉，且旋轉的角度為 $\theta = 70^\circ$ 時，如圖 (二)，其在地板上照亮區域所形成邊界的圖形為下列哪個選項的圖形？

(A) 圓 (B) 橢圓 (C) 拋物線
(D) 雙曲線 (E) 兩相交直線



圖一

圖二

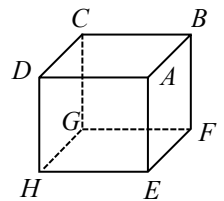
二、多選題

- () 1. 在空間中，下列敘述哪些正確？

(A) 若平面 E_1 平行平面 E_2 ，而直線 L_1 、 L_2 分別在 E_1 、 E_2 上，則 $L_1 // L_2$
(B) 空間中，垂直於同一直線之兩直線必互相平行
(C) 空間中，平行於同一平面的兩直線必互相平行
(D) 過直線 L 外一點 P 與 L 平行的直線恰有一條
(E) 過直線 L 外一點 P 與 L 垂直的平面恰有一個

() 2. 如圖，已知 $ABCD-EFGH$ 為正立方體的 8 個頂點，下列哪些選項是正確的？

- (A) \overline{AC} 與 \overline{AE} 垂直 (B) \overline{AC} 與 \overline{AF} 共平面 (C) \overline{AC} 與 \overline{AF} 夾 60° 角
(D) \overline{AD} 與 \overline{FG} 共平面 (E) 直線 AC 與直線 BG 歪斜



() 3. 已知 $P(-1, 2, -3)$ 是空間上的定點，下列敘述哪些正確？

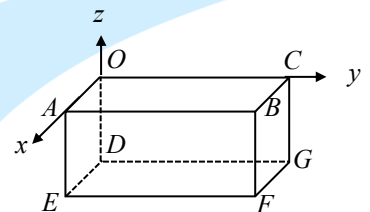
- (A) P 與原點的距離小於 4 (B) P 相對於 xy 平面的對稱點是 $(1, -2, -3)$
(C) P 相對於 x 軸的垂足點是 $(-1, 0, 0)$ (D) P 到 yz 平面的距離為 1 (E) P 到 y 軸的距離大於 3

() 4. 空間座標系中，原點 $O(0, 0, 0)$ ，今分別在 x 、 y 、 z 軸的正向上各取 A 、 B 、 C 三點，使 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AC} = 2$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，試問下列何者正確？（註：四面體體積 $= \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$ ）

- (A) $\overline{BC} = \sqrt{6}$ (B) $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (C) C 的坐標為 $(0, 0, 1)$
(D) 四面體 $O-ABC$ 之體積為 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (E) O 到平面 ABC 之距離為 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

三、填充題

1. 如下圖， O 為原點，長方體 $OABC-DEFG$ 中， $\overline{OA} = 5$ ， $\overline{OC} = 8$ ， $\overline{OD} = 4$ ，而 A 、 C 、 D 分別為 x 軸、 y 軸、 z 軸上的點，試求 G 點的坐標為 _____。



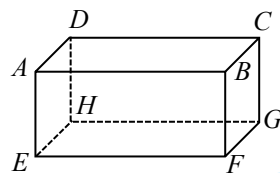
2. 設 $A(1, 2, 8)$ 、 $B(5, 6, 7)$ 、 $C(4, 3, 2)$ ，且 A 、 B 、 C 三點在 xy 平面上的投影點分別為 A' 、 B' 、 C' ，求 $\triangle A'B'C'$ 的面積為 _____。

3. 坐標空間中， O 為原點，已知有一點 P 到 z 軸的距離為 5， $\overline{OP} = \sqrt{61}$ ，求 P 的 z 坐標為 _____。（兩解）

4. 已知空間中一點 P 至 x 軸、 y 軸、 z 軸的距離分別為 5、 $\sqrt{17}$ 、 $\sqrt{10}$ 。若點 P 在第一卦限，求 P 點坐標為 _____。

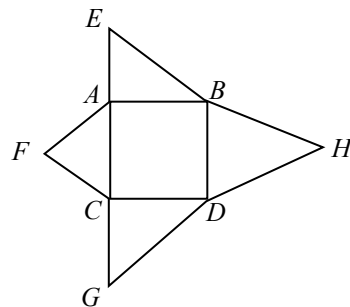
5. (1) 已知 $A(4, -3, 5)$ 、 $B(0, 1, -4)$ 為坐標空間中的相異兩點，且 P 點為 x 軸上一點，若 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，求 P 點的坐標為 _____。
- (2) 承(1)，若 Q 點為 xy 平面上的動點，當 $\overline{QA}^2 + \overline{QB}^2$ 有最小值時，求 Q 點的坐標為 _____。

6. 如右圖，長方體 $ABCD-EFGH$ 中， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AD} = \overline{AE} = 2$ ，直線 EC 與平面 $BCFG$ 銳夾角為 θ ，求 $\cos \theta =$ _____。



7. (1) 在空間座標系中有一個半徑為 4 的球面，赤道在 xy 平面上，北極 z 軸上。已知 0 度經線落在 xz 平面，若 A 點的經緯度位於北緯 45 度，東經 60 度，則 A 點的空間坐標為 _____。
- (2) 承(1)，若動點 P 點在北緯 45 度緯線上，則下列何者可能是動點 P 的坐標表示法？（多選）
- (A) $(1, \sqrt{7}, 2\sqrt{2})$ (B) $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ (C) $(-2\sqrt{2}, 0, 2\sqrt{2})$ (D) $(\sqrt{3}, 2, 2\sqrt{2})$ (E) $(2\sqrt{2}, 0, -2\sqrt{2})$

8. 有一底面為正方形的四角錐，其展開圖如右下圖所示，其中有兩側面的三角形為直角三角形， $\angle EAB = \angle GCD = 90^\circ$ ， $\overline{AE} = \overline{AB} = \overline{CG} = \overline{CD} = 1$ ，則：
- (1) 若未展開前， E 、 F 、 G 、 H 為同一個 O 點，且平面 $ABCD$ 與平面 OBD 的夾角為 θ ，求 $\cos \theta =$ _____。
- (2) 求未展開前，此四角錐的體積為 _____。（註：四面體體積 $= \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$ ）



9. 坐標空間中，考慮有一個頂點在平面 E_1 上，且有另一個頂點在平面 E_2 上的正立方體。已知 E_1 平行 E_2 ，且此兩平行平面的距離為 12（單位），則滿足前述條件的正立方體之邊長最小可能值為 _____。
10. 假設某一求刑的地球儀上，有 2 隻螞蟥甲、乙在地球儀上，今甲在 0 度經線，沿著北緯 60 度線向東以速度 v_1 等速度出發；同一時間，乙在赤道上，沿著東經 90 度線向北以速度 v_2 等速度出發。已知若干時間後，甲乙恰巧在北緯 60 度、東經 90 度的地方碰面，求甲、乙的速度比 $v_1 : v_2 =$ _____。
11. 空間坐標中，已知 $A(1, 2, 3)$ ，及 P 點、 Q 點分別在 x 軸、 z 軸上，若 $\overline{PQ} = 2\sqrt{5}$ 且 $\angle PAQ = 90^\circ$ ，求所有可能的 Q 點坐標為 _____。

新化高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 B 卷

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(C)	(E)	(A)	(E)	(B)
6.	7.			
(D)	(D)			

二、多選題

1.	2.	3.	4.
(D)(E)	(A)(B)(C)(D)(E)	(A)(C)(D)(E)	(B)(C)(D)(E)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.(1)
$(0, 8, -4)$	4	± 6	$(1, 3, 4)$	$\left(\frac{33}{8}, 0, 0\right)$
5.(2)	6.	7.(1)	7.(2)	8.(1)
$(2, -1, 0)$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$(\sqrt{2}, \sqrt{6}, 2\sqrt{2})$	(A)(C)	$\frac{2\sqrt{7}}{7}$
8.(2)	9.	10.	11.	
$\frac{\sqrt{3}}{6}$	$4\sqrt{3}$	$3:4$	$(0, 0, 4)$ or $\left(0, 0, \frac{22}{5}\right)$	