

# 台南二中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

## 一、多選題

( ) 1. 關於空間中的圖形敘述，選出正確的選項。

- (1) 不相交的兩條直線稱為歪斜線 (2) 不共線的相異三點決定一平面  
 (3) 給定平面  $E$  與平面外一點  $P$ ，過  $P$  且與平面  $E$  平行的直線恰有一條  
 (4) 直線  $L$  交平面  $E$  於  $P$  點，若  $L \perp E$ ，則在  $E$  上過  $P$  點的任一條直線均會垂直  $L$   
 (5) 給定兩個不平行的平面，必存在另一平面同時與這兩平面垂直

( ) 2.  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  為空間中三個非零向量，請選出下列正確的選項。

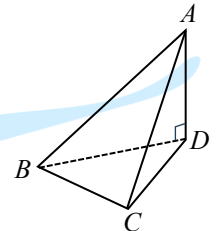
- (1)  $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$  (2)  $(k\vec{a}) \times \vec{b} = k(\vec{a} \times \vec{b})$   
 (3)  $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \theta$  (其中  $\theta$  為兩向量夾角) (4) 若  $\vec{c} \perp \vec{a}$  且  $\vec{c} \perp \vec{b}$ ，則  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$   
 (5) 若  $\vec{a} = (2, 0, 7)$ ，則存在一向量  $\vec{b}$ ，使得  $\vec{a} \times \vec{b} = (5, 6, 7)$

( ) 3. 關於行列式的運算性質，下列哪一選項恆成立？

- (1)  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix}$  (2)  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & c & b \\ d & f & e \\ g & i & h \end{vmatrix} = 0$   
 (3)  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+1 & b+2 & c+3 \\ d+4 & e+5 & f+6 \\ g+7 & h+8 & i+9 \end{vmatrix}$  (4)  $\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ 2d & 2e & 2f \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix} = 2^3 \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$   
 (5)  $\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ d & e & 1 \\ g & h & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix}$

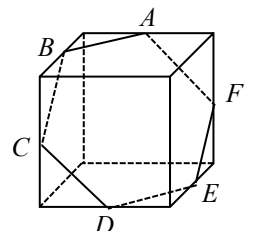
## 二、填充題

1. 如圖，四面體  $ABCD$  滿足  $\overline{AD}$  垂直平面  $BCD$ ， $\overline{BC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{BD} = 6$ ， $\overline{AD} = 6\sqrt{3}$ 。求  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_。

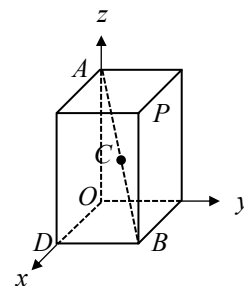


2. 已知  $A(2, 1, 1)$ 、 $B(1, 2, -8)$  為空間中兩點，在  $x$  軸正向上取一點  $P$ ，滿足  $\overrightarrow{PA} \perp \overrightarrow{PB}$ ，求  $P$  點坐標為 \_\_\_\_\_。

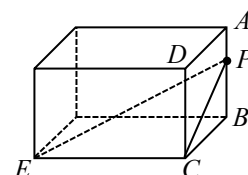
3. 如圖，一正立方體， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  為各邊中點，已知  $A(0, 1, 2)$ 、 $B(1, 0, 2)$ 、 $C(2, 0, 1)$ ，求圖中  $E$  點坐標為 \_\_\_\_\_。



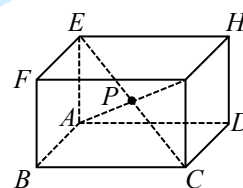
4. 如圖，將一長方體置於空間坐標系中，圖中點  $P(3,3,4)$ ，作  $\angle ADB$  的角平分線  $\overline{AB}$  於  $C$  點，求  $C$  點坐標為 \_\_\_\_\_。



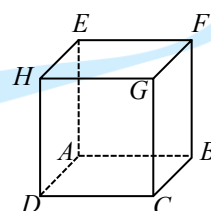
5. 如圖，給定一個長方體， $P$  為  $\overline{AB}$  上一點，且  $\overline{PB} = 4$ ， $\overline{PE} = 10$ ， $\overline{CE} = 5\sqrt{3}$ ， $\theta$  為平面  $PCE$  與平面  $BCE$  所夾的兩面角，求  $\sin \theta =$  \_\_\_\_\_。



6. 右圖是一個長方體，且兩對角線  $\overline{AG}$  與  $\overline{CE}$  相交於  $P$  點。已知  $\overline{AB} = \overline{AE} = 1$ ， $\overline{AD} = 2$ ，求  $\cos \angle EPG =$  \_\_\_\_\_。



7. 如圖，有一長方體，長寬高分別  $\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $4\sqrt{3}$ 。已知圖中  $A(0,0,0)$ 、 $B(1,1,2)$ 、 $D(1,-1,0)$ ，則  $E$  點坐標為 \_\_\_\_\_。



8. 已知實數  $x$ 、 $y$ 、 $z$  滿足  $x - y - z = 7$ ，求  $x^2 + 4y^2 + 9z^2$  之最小值為 \_\_\_\_\_。

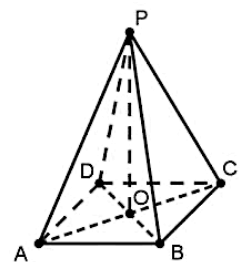
9. 求由  $\vec{a} = (2,3,1)$ 、 $\vec{b} = (1,0,2)$ 、 $\vec{c} = (1,3,3)$  所張出之平行六面體體積為 \_\_\_\_\_。

10. 已知  $\begin{vmatrix} 7-x & 11 & -8 \\ 7 & 11-x & -8 \\ 7 & 11 & -8-x \end{vmatrix} = 0$ ，求  $x =$  \_\_\_\_\_。

11.  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  為空間中的三向量，已知由  $\vec{a} + \vec{c}$ 、 $3\vec{b}$ 、 $\vec{b} + 2\vec{c}$  所決定之平行六面體體積為 12。求  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) =$  \_\_\_\_\_。

12. 若  $\vec{u} = (a, b, 0)$ ， $\vec{v} = (c, d, \sqrt{3})$ ，其中  $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 1$ 。  
 (1) 求  $|\vec{u} \times \vec{v}|$  的最大值為 \_\_\_\_\_。  
 (2)  $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$  兩向量夾角最大度數為 \_\_\_\_\_ 度。

13. 空間中有一四角錐  $P-ABCD$ ，底面  $ABCD$  為邊長 6 的正方形，兩對角線交於  $O$ ，線段  $\overline{OP}$  與底面  $ABCD$  垂直。求  $\overline{PB}$  在  $\overline{PA} \times \overline{PC}$  上的正射影長為 \_\_\_\_\_。



14. 已知  $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ 、 $\overrightarrow{OC}$  是空間中兩兩垂直的單位向量， $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$ ，且  $x + y + z = 6$ ，則  $|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB}|$  的最小值為 \_\_\_\_\_。

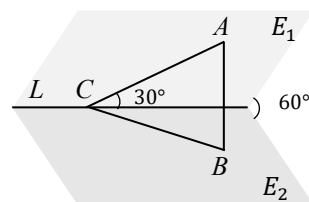
### 三、混合題

1. 已知  $E_1$ 、 $E_2$  的兩面角為  $60^\circ$ ，兩平面交於直線  $L$ 。 $\overline{AC}$  在  $E_1$  上， $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{AC}$  與  $L$  夾  $30^\circ$ ， $A$  在  $E_2$  上的垂直投影為  $B$ 。

(1) 過  $B$  作  $L$  的垂直線，交  $L$  於  $D$  點，問  $\overline{AD}$  是否垂直  $L$ ？\_\_\_\_\_。

請說明理由。\_\_\_\_\_。

(2)  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_。



2. (1) 證明等式  $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$

(2) 利用上述結論，計算  $\begin{vmatrix} 11 & 2 & 4 \\ 11 & 3 & 9 \\ 11 & 5 & 25 \end{vmatrix} =$  \_\_\_\_\_。

# 台南二中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

## 一、多選題

1.	2.	3.
(2)(4)(5)	(1)(2)	(1)(2)(4)

## 三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
13	$(4, 0, 0)$	$(1, 2, 0)$	$(\frac{15}{8}, \frac{15}{8}, \frac{3}{2})$	$\frac{4}{5}$
6.	7.	8.	9.	10.
$-\frac{2}{3}$	$(-4, -4, 4)$	36	12	0 or 10
11.	12.(1)	12.(2)	13.	14.
$\pm 2$	2	$120^\circ$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$

## 四、計算題

1.(1)	1.(2)	2.(1)	2.(2)
是	$\frac{5\sqrt{3}}{2}$	略	66