

台南二中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、多選題

() 1. 關於空間中的圖形敘述，選出正確的選項。

- (1) 不相交的兩條直線稱為歪斜線
- (2) 不共線的相異三點決定一平面
- (3) 給定平面 E 與平面外一點 P ，過 P 且與平面 E 平行的直線恰有一條
- (4) 直線 L 交平面 E 於 P 點，若 $L \perp E$ ，則在 E 上過 P 點的任一條直線均會垂直 L
- (5) 給定兩個不平行的平面，必存在另一平面同時與這兩平面垂直

() 2. \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 為空間中三個非零向量，請選出下列正確的選項。

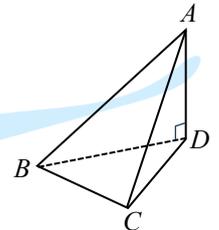
- (1) $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$
- (2) $(k\vec{a}) \times \vec{b} = k(\vec{a} \times \vec{b})$
- (3) $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \theta$ (其中 θ 為兩向量夾角)
- (4) 若 $\vec{c} \perp \vec{a}$ 且 $\vec{c} \perp \vec{b}$ ，則 $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$
- (5) 若 $\vec{a} = (2, 0, 7)$ ，則存在一向量 \vec{b} ，使得 $\vec{a} \times \vec{b} = (5, 6, 7)$

() 3. 關於行列式的運算性質，下列哪一選項恆成立？

- (1) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix}$
- (2) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & c & b \\ d & f & e \\ g & i & h \end{vmatrix} = 0$
- (3) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+1 & b+2 & c+3 \\ d+4 & e+5 & f+6 \\ g+7 & h+8 & i+9 \end{vmatrix}$
- (4) $\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ 2d & 2e & 2f \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix} = 2^3 \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$
- (5) $\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ d & e & 1 \\ g & h & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix}$

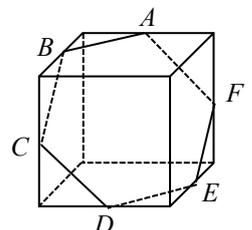
二、填充題

1. 如圖，四面體 $ABCD$ 滿足 \overline{AD} 垂直平面 BCD ， $\overline{BC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{BD} = 6$ ， $\overline{AD} = 6\sqrt{3}$ 。求 $\overline{AC} =$ _____。

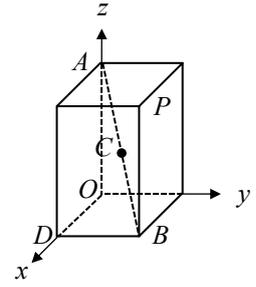


2. 已知 $A(2, 1, 1)$ 、 $B(1, 2, -8)$ 為空間中兩點，在 x 軸正向上取一點 P ，滿足 $\overline{PA} \perp \overline{PB}$ ，求 P 點坐標為 _____。

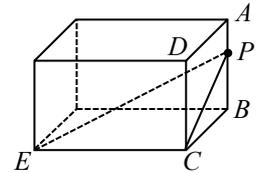
3. 如圖，一正立方體， A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 為各邊中點，已知 $A(0, 1, 2)$ 、 $B(1, 0, 2)$ 、 $C(2, 0, 1)$ ，求圖中 E 點坐標為 _____。



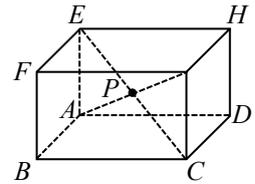
4. 如圖，將一長方體置於空間坐標系中，圖中點 $P(3,3,4)$ ，作 $\angle ADB$ 的角平分線 \overline{AB} 於 C 點，求 C 點坐標為 _____。



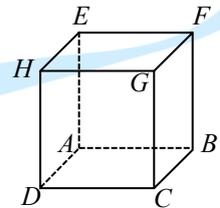
5. 如圖，給定一個長方體， P 為 \overline{AB} 上一點，且 $\overline{PB} = 4$ ， $\overline{PE} = 10$ ， $\overline{CE} = 5\sqrt{3}$ ， θ 為平面 PCE 與平面 BCE 所夾的兩面角，求 $\sin \theta =$ _____。



6. 右圖是一個長方體，且兩對角線 \overline{AG} 與 \overline{CE} 相交於 P 點。已知 $\overline{AB} = \overline{AE} = 1$ ， $\overline{AD} = 2$ ，求 $\cos \angle EPG =$ _____。



7. 如圖，有一長方體，長寬高分別 $\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $4\sqrt{3}$ 。已知圖中 $A(0,0,0)$ 、 $B(1,1,2)$ 、 $D(1,-1,0)$ ，則 E 點坐標為 _____。



8. 已知實數 x 、 y 、 z 滿足 $x - y - z = 7$ ，求 $x^2 + 4y^2 + 9z^2$ 之最小值為 _____。

9. 求由 $\vec{a} = (2,3,1)$ 、 $\vec{b} = (1,0,2)$ 、 $\vec{c} = (1,3,3)$ 所張出之平行六面體體積為 _____。

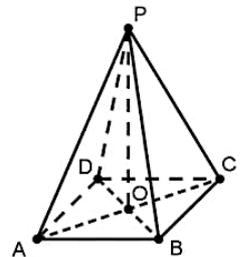
10. 已知 $\begin{vmatrix} 7-x & 11 & -8 \\ 7 & 11-x & -8 \\ 7 & 11 & -8-x \end{vmatrix} = 0$ ，求 $x =$ _____。

11. \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 為空間中的三向量，已知由 $\vec{a} + \vec{c}$ 、 $3\vec{b}$ 、 $\vec{b} + 2\vec{c}$ 所決定之平行六面體體積為 12。求 $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) =$ _____。

12. 若 $\vec{u} = (a, b, 0)$ ， $\vec{v} = (c, d, \sqrt{3})$ ，其中 $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 1$ 。

(1) 求 $|\vec{u} \times \vec{v}|$ 的最大值為 _____。 (2) \vec{u} 、 \vec{v} 兩向量夾角最大度數為 _____ 度。

13. 空間中有一四角錐 $P-ABCD$ ，底面 $ABCD$ 為邊長 6 的正方形，兩對角線交於 O ，線段 \overline{OP} 與底面 $ABCD$ 垂直。求 \overline{PB} 在 $\overline{PA} \times \overline{PC}$ 上的正射影長為 _____。



14. 已知 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 是空間中兩兩垂直的單位向量， $\overline{OP} = x\overline{OA} + y\overline{OB} + z\overline{OC}$ ，且 $x + y + z = 6$ ，則 $|\overline{OP} - \overline{OA} - 2\overline{OB}|$ 的最小值為 _____。

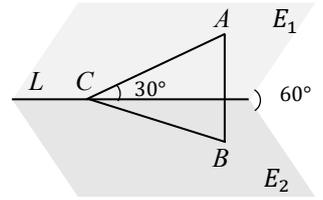
三、混合題

1. 已知 E_1 、 E_2 的兩面角為 60° ，兩平面交於直線 L 。 \overline{AC} 在 E_1 上， $\overline{AC} = 10$ ， \overline{AC} 與 L 夾 30° ， A 在 E_2 上的垂直投影為 B 。

(1) 過 B 作 L 的垂直線，交 L 於 D 點，問 \overline{AD} 是否垂直 L ? _____。

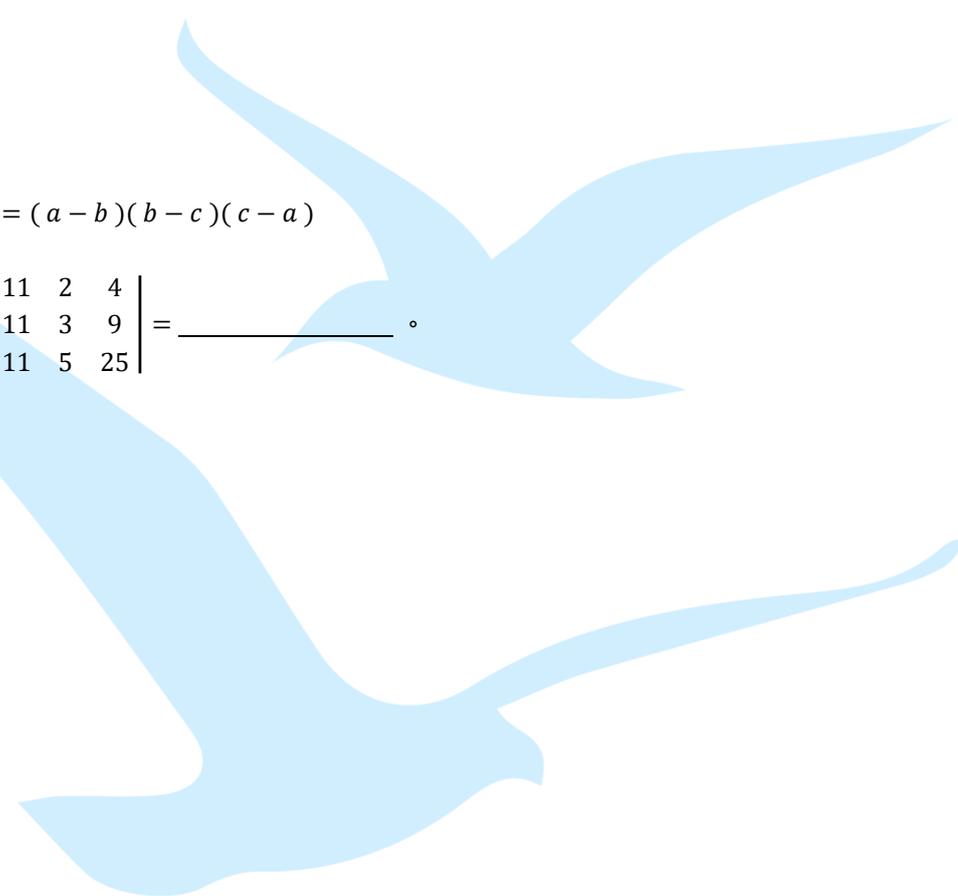
請說明理由。_____。

(2) $\overline{AB} =$ _____。



2. (1) 證明等式 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$

(2) 利用上述結論，計算 $\begin{vmatrix} 11 & 2 & 4 \\ 11 & 3 & 9 \\ 11 & 5 & 25 \end{vmatrix} =$ _____。



台南二中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、多選題

1.	2.	3.
(2)(4)(5)	(1)(2)	(1)(2)(4)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
13	$(4, 0, 0)$	$(1, 2, 0)$	$(\frac{15}{8}, \frac{15}{8}, \frac{3}{2})$	$\frac{4}{5}$
6.	7.	8.	9.	10.
$-\frac{2}{3}$	$(-4, -4, 4)$	36	12	0 or 10
11.	12.(1)	12.(2)	13.	14.
± 2	2	120°	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$

四、計算題

1.(1)	1.(2)	2.(1)	2.(2)
是	$\frac{5\sqrt{3}}{2}$	略	66