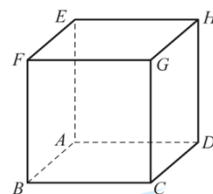


# 道明高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

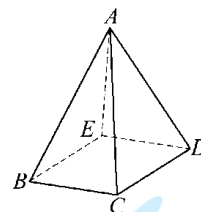
## 一、單選題 (每題 4 分, 共 16 分)

- ( ) 1. 在空間中, 下列敘述何者正確?
- (1) 過已知直線外一點, 恰有一平面與此直線平行
  - (2) 已知直線  $L_1$  在平面  $E$  上, 且另一直線  $L_2$  垂直平面  $E$ , 則  $L_1$  垂直  $L_2$
  - (3) 若直線  $L_1$  垂直直線  $L$ , 且直線  $L_2$  垂直直線  $L$ , 則  $L_1$  平行  $L_2$
  - (4) 垂直於同一直線的兩相異平面必互相平行
  - (5) 兩歪斜線在平面上的正射影為相交一點的直線
- ( ) 2. 空間一點  $P$ , 滿足下列條件: (1) 與  $xy$  平面距離為 5; (2) 對稱  $xz$  平面之點為  $(a, -4, -c)$ ; (3) 對稱  $y$  軸之點為  $(-3, b, c)$ , 其中  $c > 0$ , 則  $P$  之坐標為
- (1)  $(5, -4, 3)$  (2)  $(-3, -4, -5)$  (3)  $(3, 4, -5)$  (4)  $(3, 4, 5)$  (5)  $(-3, 4, 5)$
- ( ) 3. 如右圖,  $ABCD-EFGH$  為一正立方體, 下列哪一個向量與向量  $\overrightarrow{BH}$  的內積為最大?
- (1)  $\overrightarrow{BE}$  (2)  $\overrightarrow{BC}$  (3)  $\overrightarrow{AC}$  (4)  $\overrightarrow{EC}$  (5)  $\overrightarrow{FD}$
- ( ) 4. 已知向量  $\vec{a} = (2, -1, -2)$ ,  $|\vec{b}| = 2$ , 則下列哪些選項正確?
- (1)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  的值可能為  $-8$  (2)  $\vec{a} \times \vec{b}$  可能為  $(3, 2, 1)$  (3)  $\vec{a} \times \vec{b}$  可能為  $(5, -4, 7)$
  - (4) 若  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 4$ , 則  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$  (5) 若  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 6$ , 則  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$



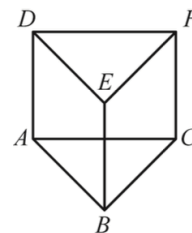
## 二、多選題 (每題 10 分, 共 30 分, 10-6-2-0)

- ( ) 1. 如右圖, 其中底面為邊長是 2 的正方形, 四個側面是腰為 3 的等腰三角形, 下列那些選項正確?
- (1)  $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{BD} = 4$  (2)  $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$
  - (3)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 3\sqrt{6}$  (4) 側面  $ABC$  與側面  $ACD$  的夾角為  $\theta$ , 則  $\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$
  - (5) 頂點  $A$  到底面的最短距離為  $\sqrt{7}$
- ( ) 2. 已知坐標空間中四個點  $A(4, 1, 1)$ ,  $B(6, 5, 4)$ ,  $C(3, -3, 2)$ ,  $D(5, 2, 6)$ , 則下列選項何者正確?
- (1)  $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (16, 5, -4)$  (2)  $\overrightarrow{AB}$  與  $\overrightarrow{AC}$  所張開的三角形面積為  $3\sqrt{33}$
  - (3)  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AD}$  所決定的平行六面體體積為 9 (4) 四面體  $ABCD$  的體積為 3
  - (5)  $D$  點至平面  $ABC$  的距離為  $\frac{\sqrt{33}}{11}$
- ( ) 3. 設  $\vec{u} = (a, b, 0)$ ,  $\vec{v} = (c, d, 3)$ , 其中  $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 3$ , 則下列選項哪些是正確的?
- (1)  $\vec{u}$  與  $z$  軸垂直 (2)  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  的最大值為  $\sqrt{3}$  (3)  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  的夾角最大值  $120^\circ$
  - (4)  $ad - bc$  的值可能為 2 (5)  $|\vec{u} \times \vec{v}|$  的最大值  $2\sqrt{3}$



三、填充題（每格 6 分，共 54 分）

1. 如右圖， $ABC-DEF$  為正三角柱，底面  $ABC$  與頂面  $DEF$  皆為正三角形，且  $\overline{AB} = 4$ ，又側面  $ABED$  的對角線  $\overline{AE} = 5$ ，設  $\overrightarrow{AE}$  與  $\overrightarrow{BF}$  的夾角為  $\theta$ ，則  $\cos \theta =$  \_\_\_\_\_。



2. 在空間中，若  $\vec{a} = (7, k, -3)$  在  $\vec{b}$  的正射影為  $\vec{c} = (3, -1, 1)$ ，則實數  $k$  的值為 \_\_\_\_\_。

3. 將一塊邊長  $\overline{AB} = 10$  公分、 $\overline{BC} = 5$  公分的長方形鐵片  $ABCD$  沿對角線  $\overline{BD}$  對摺後豎立，使得平面  $ABD$  與平面  $CBD$  垂直，則  $A$ 、 $C$  兩點（在空間）的距離  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_ 公分。

4.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{CA} = 5$ ， $P$  為  $\triangle ABC$  內部一點，設點  $P$  至  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$  三邊的距離分別為  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，試求  $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z}$  的最小值為 \_\_\_\_\_。

5. 空間三向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  圍成一三角形，且  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，又  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ ， $\vec{b} \cdot \vec{c} = -6$ ， $\vec{a} \cdot \vec{c} = -3$ ，則  $|\vec{a} \times \vec{b}| =$  \_\_\_\_\_。

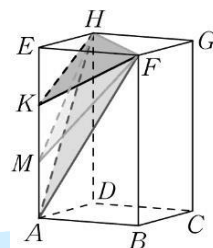
6. 「2022 臺灣燈會在高雄」以 1500 台無人機搭載 LED 燈的方式，將寧靜的夜空當成畫布，打造出既環保 又璀璨奪目的絢麗展演秀，創作出今年臺灣最有故事的飛行主燈！在表演過程中，為了使光影效果達到 最完美，所有參與構築圖形的無人機，都必須要維持在同一平面上。若今天構築圖形的其中四台無人機坐標為  $A(2, 3, 4)$ 、 $B(1, -1, 0)$ 、 $C(0, 1, 0)$ 、 $D(k, -k-1, -1)$ ，則  $k$  值為 \_\_\_\_\_。

7. 空間向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ ，若  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = -6$ ，則三向量  $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ 、 $4\vec{a} + 2\vec{c}$ 、 $\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$  所張出之平行六面體的體積為 \_\_\_\_\_。

8. 如右圖，長方體  $ABCD-EFGH$ ，底面  $ABCD$  是邊長為 4 的正方形，高  $\overline{AE} = 6$ ，且  $\overline{AM} = \overline{MK} = \overline{KE}$ ， $\triangle HKF$ 、 $\triangle HMF$ 、 $\triangle HAF$  有公共邊  $\overline{HF}$ ，則：

(1)  $\cos \angle HKF =$  \_\_\_\_\_。

(2) 若平面  $HKF$  與平面  $HMF$  所夾的二面角  $\theta$ ，則  $\sin \theta =$  \_\_\_\_\_。



## 道明高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

### 一、單選題

1.	2.	3.	4.
(4)	(3)	(1)	(5)

### 二、多選題

1.	2.	3.
(2)(5)	(3)(5)	(1)(3)(4)

### 三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{1}{25}$	7	$\sqrt{85}$	12	6
6.	7.	8.(1)	8.(2)	
$\frac{1}{2}$	108	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	