

瀛海高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

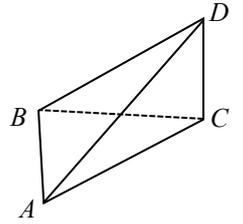
一、單選題 (每題 5 分, 共 25 分)

() 1. 一三角形三頂點 $A(5, 4, 7)$ 、 $B(-1, 1, 9)$ 、 $C(2, 6, 1)$, 則三角形的面積為何?

- (1) $\frac{45}{2}$ (2) $\frac{49}{2}$ (3) 25 (4) $\frac{35}{2}$ (5) 26

() 2. 如右圖, 已知 $\overline{AB} = 16$, $\overline{AD} = 34$, $\overline{BC} = 24$, 且 $\overline{BC} \perp \overline{AB}$, $\overline{BC} \perp \overline{CD}$, $\overline{CD} \perp \overline{AC}$, 若平面 ACD 及平面 BCD 之夾角為 θ , 則 $\tan \theta = ?$

- (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{4}{5}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{8}{15}$ (5) $\frac{17}{8}$



() 3. 空間中兩向量 \vec{a} 、 \vec{b} , 若 $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, \vec{a} 與 \vec{b} 之夾角為 60° , 則 $|\vec{a} - \vec{b}| = ?$

- (1) $\sqrt{17}$ (2) $\sqrt{19}$ (3) $\sqrt{21}$ (4) $\sqrt{23}$ (5) 5

() 4. 在空間中, 設 $\vec{a} = (2, 2, 1)$, $|\vec{b}| = 4$, \vec{a} 與 \vec{b} 之夾角為 120° , 則 \vec{b} 在 \vec{a} 上的正射影為何?

- (1) 2 (2) -2 (3) $(-4, -4, -2)$ (4) $(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3})$ (5) $(-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{2}{3})$

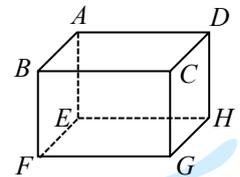
() 5. 若 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所對的三邊長為 a 、 b 、 c , 則 $\begin{vmatrix} a & a^2 & \cos A \\ b & b^2 & \cos B \\ c & c^2 & \cos C \end{vmatrix}$ 之值為

- (1) $(a-b)(b-c)(c-a)$ (2) abc (3) $(a-b)(b-c)(a-c)$
 (4) $(a+b)(b+c)(c+a)$ (5) $\frac{1}{abc}(a+b)(b+c)(c+a)$

二、多選題 (每題 8 分, 共 32 分, 8-5-2-0)

() 1. 右圖是一個長方體, 試選出所有正確的選項。

- (1) 直線 AE 與平面 $ABCD$ 垂直 (2) 直線 AB 與平面 $BCGF$ 垂直
 (3) 直線 AC 與平面 $ADHE$ 垂直 (4) 直線 AD 與平面 $BCGD$ 垂直
 (5) 直線 AG 與平面 $BCGF$ 垂直



() 2. 下列哪些選項是正確的?

- (1) 若點 A 是直線 L 上一點, 則空間中所有使直線 AP 垂直 L 的 P 點, 所成圖形為一直線
 (2) 若點 A 是平面 E 外一點, 則空間中所有使直線 AP 平行 E 的 P 點, 所成圖形為一平面
 (3) 空間中, 相異三點決定為一平面 (4) 空間中, 不相交的兩直線決定唯一平面
 (5) \vec{a} 、 \vec{b} 為空間中兩個非零向量且不平行, 設 $\vec{v} = \vec{a} + t\vec{b}$, t 為實數, 當 $t = p$ 時, $|\vec{v}|$ 有最小值, 則此時 $\vec{v} \perp \vec{b}$

() 3. 設實數 x 、 y 、 z 滿足 $4x^2 + y^2 + 4z^2 = 6$, 若當 $x = a$, $y = b$, $z = c$ 時, $4x - y - 2z$ 的最大值時 M , 當 $x = \alpha$, $y = \beta$, $z = \gamma$ 時, $4x - y - 2z$ 的最小值是 m , 試選出正確的選項。

- (1) $M = 9$ (2) $m = -6$ (3) $a + b + c > 0$ (4) $\alpha + \beta + \gamma > 0$ (5) $abc < \alpha\beta\gamma$

() 4. 坐標空間中, 有 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 、 \vec{d} 四個向量, 滿足外積 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$, $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{d}$, 且 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 的向量長度均為 4。設向量 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 θ (其中 $0 \leq \theta \leq \pi$), 試選出正確的選項。

- (1) $\cos \theta = \frac{1}{4}$ (2) \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 所張出的平行六面體的體積為 16 (3) \vec{a} 、 \vec{c} 、 \vec{d} 兩兩互相垂直
 (4) \vec{d} 的長度等於 8 (5) \vec{b} 與 \vec{d} 的夾角等於 θ

三、填充題（每格 6 分，共 30 分）

1. 坐標空間中一平行四邊形的三頂點分別是 $A(1,1,1)$ 、 $B(2,4,3)$ 、 $C(5,3,3)$ ，若另一頂點 D 位於 zx 平面上，則 D 點坐標為 _____。
2. 空間向量 $\vec{a} = (1, -2, 2)$ ， $\vec{b} = (-1, 2, 3)$ ， $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$ ，其中 t 為實數，若 $|\vec{c}|$ 有最小值，則 $t =$ _____。
3. 已知 $\vec{a} = (2, 1, 3)$ ， $\vec{b} = (1, -1, 2)$ ，若向量 $\vec{c} = (5, y, z)$ 與 \vec{a} 、 \vec{b} 均垂直，求數對 $(y, z) =$ _____。
4. 設 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 3$ ，則 $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} =$ _____。
5. 已知坐標空間中 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 三向量所張出的平行六面體體積為 10，則 $2\vec{a} + 3\vec{b}$ 、 \vec{b} 、 $5\vec{c} - \vec{a}$ 三向量所張出的平行六面體體積為 _____。

四、混合題（共 13 分）

在空間中，若一個斜面與水平面的夾角為 θ ，則此斜面的坡度定義為 θ 的正切值，即 $\tan \theta$ 。埃及金字塔相傳是古埃及法老（國王）的陵墓，陵墓基座為正方形，四個側面為全等的等腰三角形。因為側影類似漢字的「金」字，故中文稱為金字塔。金字塔是古代世界七大奇景之一。

1. 設有一金字塔側面的坡度是 $\frac{1}{2}$ ，試求此金字塔側面等腰三角形的腰長與底面正方形邊長的比值為？（6 分）
2. 阿南用鐵皮製成了一金字塔，另外用紙板摺成一個中空的正立方體，已知金字塔底邊正方形邊長與紙板正立方體邊長相同，如果金字塔可放入此正立方體中，則此金字塔側面的坡度可能的範圍為？（7 分）



瀛海高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| (2) | (3) | (2) | (5) | (3) |

二、多選題

| | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| 1. | 2. | 3. | 4. |
| (1)(2) | (2)(5) | (2)(4) | (2)(3) |

三、填充題

| | | | | |
|-------------|-----------------|------------|----|-----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| $(4, 0, 1)$ | $-\frac{1}{14}$ | $(-1, -3)$ | 6 | 100 |

四、混合題

| | |
|---------------|------------------------|
| 1. | 2. |
| $\frac{3}{4}$ | $0 < \text{坡度} \leq 2$ |

