

# 瀛海高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

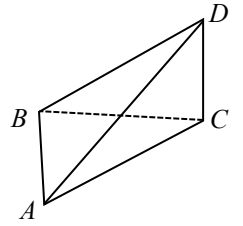
## 一、單選題（每題 5 分，共 25 分）

( ) 1. 一三角形三頂點  $A(5, 4, 7)$ 、 $B(-1, 1, 9)$ 、 $C(2, 6, 1)$ ，則三角形的面積為何？

- (1)  $\frac{45}{2}$  (2)  $\frac{49}{2}$  (3) 25 (4)  $\frac{35}{2}$  (5) 26

( ) 2. 如右圖，已知  $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{AD} = 34$ ， $\overline{BC} = 24$ ，且  $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{BC} \perp \overline{CD}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{AC}$ ，若平面  $ACD$  及平面  $BCD$  之夾角為  $\theta$ ，則  $\tan \theta = ?$

- (1)  $\frac{1}{5}$  (2)  $\frac{4}{5}$  (3)  $\frac{2}{3}$  (4)  $\frac{8}{15}$  (5)  $\frac{17}{8}$



( ) 3. 空間中兩向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ ，若  $|\vec{a}| = 5$ ， $|\vec{b}| = 2$ ， $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  之夾角為  $60^\circ$ ，則  $|\vec{a} - \vec{b}| = ?$

- (1)  $\sqrt{17}$  (2)  $\sqrt{19}$  (3)  $\sqrt{21}$  (4)  $\sqrt{23}$  (5) 5

( ) 4. 在空間中，設  $\vec{a} = (2, 2, 1)$ ， $|\vec{b}| = 4$ ， $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  之夾角為  $120^\circ$ ，則  $\vec{b}$  在  $\vec{a}$  上的正射影為何？

- (1) 2 (2) -2 (3)  $(-4, -4, -2)$  (4)  $(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3})$  (5)  $(-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{2}{3})$

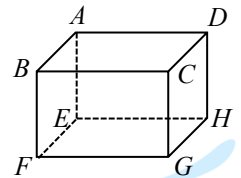
( ) 5. 若  $\triangle ABC$  中  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  所對的三邊長為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，則  $\begin{vmatrix} a & a^2 & \cos A \\ b & b^2 & \cos B \\ c & c^2 & \cos C \end{vmatrix}$  之值為

- (1)  $(a-b)(b-c)(c-a)$  (2)  $abc$  (3)  $(a-b)(b-c)(a-c)$   
(4)  $(a+b)(b+c)(c+a)$  (5)  $\frac{1}{abc}(a+b)(b+c)(c+a)$

## 二、多選題（每題 8 分，共 32 分，8-5-2-0）

( ) 1. 右圖是一個長方體，試選出所有正確的選項。

- (1) 直線  $AE$  與平面  $ABCD$  垂直 (2) 直線  $AB$  與平面  $BCGF$  垂直  
(3) 直線  $AC$  與平面  $ADHE$  垂直 (4) 直線  $AD$  與平面  $BCGD$  垂直  
(5) 直線  $AG$  與平面  $BCGF$  垂直



( ) 2. 下列哪些選項是正確的？

- (1) 若點  $A$  是直線  $L$  上一點，則空間中所有使直線  $AP$  垂直  $L$  的  $P$  點，所成圖形為一直線  
(2) 若點  $A$  是平面  $E$  外一點，則空間中所有使直線  $AP$  平行  $E$  的  $P$  點，所成圖形為一平面  
(3) 空間中，相異三點決定為一平面 (4) 空間中，不相交的兩直線決定唯一平面  
(5)  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  為空間中兩個非零向量且不平行，設  $\vec{v} = \vec{a} + t\vec{b}$ ， $t$  為實數，當  $t = p$  時， $|\vec{v}|$  有最小值，則此時  $\vec{v} \perp \vec{b}$

( ) 3. 設實數  $x$ 、 $y$ 、 $z$  滿足  $4x^2 + y^2 + 4z^2 = 6$ ，若當  $x = a$ ， $y = b$ ， $z = c$  時， $4x - y - 2z$  的最大值時  $M$ ，當  $x = \alpha$ ， $y = \beta$ ， $z = \gamma$  時， $4x - y - 2z$  的最小值是  $m$ ，試選出正確的選項。

- (1)  $M = 9$  (2)  $m = -6$  (3)  $a + b + c > 0$  (4)  $\alpha + \beta + \gamma > 0$  (5)  $abc < \alpha\beta\gamma$

( ) 4. 坐標空間中，有  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 、 $\vec{d}$  四個向量，滿足外積  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ ， $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{d}$ ，且  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  的向量長度均為 4。設向量  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  的夾角為  $\theta$ （其中  $0 \leq \theta \leq \pi$ ），試選出正確的選項。

- (1)  $\cos \theta = \frac{1}{4}$  (2)  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  所張出的平行六面體的體積為 16 (3)  $\vec{a}$ 、 $\vec{c}$ 、 $\vec{d}$  兩兩互相垂直  
(4)  $\vec{d}$  的長度等於 8 (5)  $\vec{b}$  與  $\vec{d}$  的夾角等於  $\theta$

三、填充題（每格 6 分，共 30 分）

1. 坐標空間中一平行四邊形的三頂點分別是  $A(1,1,1)$ 、 $B(2,4,3)$ 、 $C(5,3,3)$ ，若另一頂點  $D$  位於  $zx$  平面上，則  $D$  點坐標為 \_\_\_\_\_。
  
2. 空間向量  $\vec{a} = (1, -2, 2)$ ， $\vec{b} = (-1, 2, 3)$ ， $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$ ，其中  $t$  為實數，若  $|\vec{c}|$  有最小值，則  $t =$  \_\_\_\_\_。
  
3. 已知  $\vec{a} = (2, 1, 3)$ ， $\vec{b} = (1, -1, 2)$ ，若向量  $\vec{c} = (5, y, z)$  與  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  均垂直，求數對  $(y, z) =$  \_\_\_\_\_。
  
4. 設  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 3$ ，則  $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} =$  \_\_\_\_\_。
  
5. 已知坐標空間中  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  三向量所張出的平行六面體體積為 10，則  $2\vec{a} + 3\vec{b}$ 、 $\vec{b}$ 、 $5\vec{c} - \vec{a}$  三向量所張出的平行六面體體積為 \_\_\_\_\_。

#### 四、混合題（共 13 分）

在空間中，若一個斜面與水平面的夾角為  $\theta$ ，則此斜面的坡度定義為  $\theta$  的正切值，即  $\tan \theta$ 。埃及金字塔相傳是古埃及法老（國王）的陵墓，陵墓基座為正方形，四個側面為全等的等腰三角形。因為側影類似漢字的「金」字，故中文稱為金字塔。金字塔是古代世界七大奇景之一。

1. 設有一金字塔側面的坡度是，試求此金字塔側面等腰三角形的腰長與底面正方形邊長的比值為？（6 分）
2. 阿南用鐵皮製成了一金字塔，另外用紙板摺成一個中空的正立方體，已知金字塔底邊正方形邊長與紙板正立方體邊長相同，如果金字塔可放入此正立方體中，則此金字塔側面的坡度可能的範圍為？（7 分）



瀛海高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(2)	(3)	(2)	(5)	(3)

二、多選題

1.	2.	3.	4.
(1)(2)	(2)(5)	(2)(4)	(2)(3)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
( 4 , 0 , 1 )	$-\frac{1}{14}$	( - 1 , - 3 )	6	100

四、混合題

1.	2.
$\frac{3}{4}$	$0 < \text{坡度} \leq 2$