

新化高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

() 1. 在空間中，選出錯誤的選項。

- (A) 不在同一平面上的兩直線必互為歪斜線 (B) 過直線外一點，恰有一直線平行此直線
(C) 過平面外一點，恰有一直線垂直此平面 (D) 三相異直線有可能兩兩垂直
(E) 若三直線兩兩平行，則此三直線在同一平面上

() 2. 右圖是正立方體的平面展開圖，在這個立方體中，選出正確的選項。

- (A) \overline{CH} 與 \overline{AF} 平行 (B) \overline{DE} 與 \overline{CF} 互為歪斜 (C) \overline{EG} 與 \overline{AC} 不共平面
(D) \overline{AG} 與 \overline{BH} 不相交 (E) \overline{BG} 與 \overline{HG} 垂直

() 3. 如右圖， $ABCD-EFGH$ 為空間中的一個立方體，以 A 點為原點，若 $P(4, -2, -2)$ 為 \overline{CG} 之中點，試求 $\overline{PD} \cdot \overline{PF} =$

- (A) 0 (B) 4 (C) 2 (D) -4 (E) -2

() 4. 如右圖， $ABCD-EFGH$ 為正立方體，而 P 、 Q 、 R 、 S 分別為 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{GH} 、 \overline{AE} 的中點，則 $\angle RSQ =$

- (A) 60° (B) 45° (C) 30° (D) 90° (E) 120°

() 5. 空間中的一正七邊形 $ABCDEFG$ 。如右圖，試求下列數值何者最大？

- (A) $|\overline{AB} \times \overline{AC}|$ (B) $|\overline{AB} \times \overline{AD}|$ (C) $|\overline{AB} \times \overline{AE}|$
(D) $|\overline{AB} \times \overline{AF}|$ (E) $|\overline{AB} \times \overline{AG}|$

二、多選題

() 1. $\triangle ABC$ ，令 $\overline{AP} = x\overline{AB} + y\overline{AC}$ (x, y 為實數) 的終點 P 軌跡為 Ω ，下列敘述何者正確？

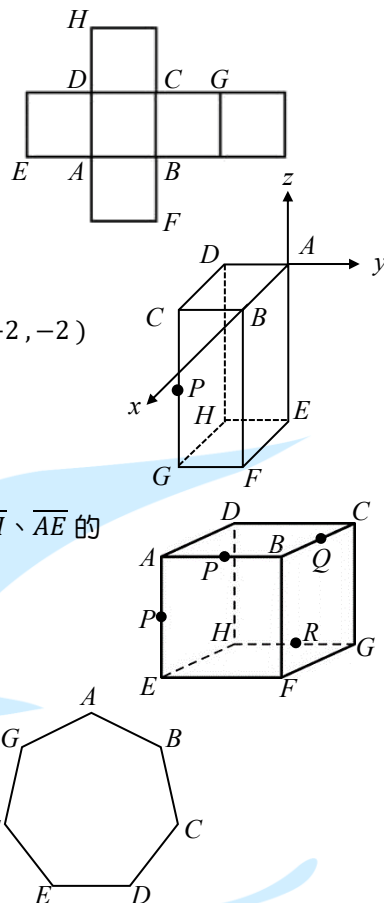
- (A) $x = 2, y = -1$ 時， Ω 是一點
(B) $x = 1, y$ 為任意實數時， Ω 是過 B 點與 \overline{AC} 平行的直線
(C) $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ 時， Ω 是 $\triangle ABC$ 及其內部區域
(D) $x = 2, -2 \leq y \leq 0$ 時， Ω 是一線段
(E) $-2 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ 時 Ω 面積，是 $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ 時 Ω 面積的 3 倍

() 2. 設 \vec{a} 、 \vec{b} 為空間中兩個不平行的非零向量，且非零向量 \vec{c} 滿足 $\vec{a} \perp \vec{c}$ ， $\vec{b} \perp \vec{c}$ 。請選出正確的選項。

- (A) $\vec{a} \perp (\vec{a} \times \vec{b})$ (B) $\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ (C) $\vec{c} // (\vec{a} \times \vec{b})$
(D) $\vec{a} \times \vec{b} - \vec{b} \times \vec{a} = \vec{0}$ (E) $(3\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$

() 3. 空間坐標中，設 xy 平面為一鏡面。有一點光源位於 $A(3, -2, 6)$ ，令 $O(0, 0, 0)$ ，則下列選項哪些正確？

- (A) A 點至 xy 平面距離為 6 (B) A 點至 x 軸距離為 $3\sqrt{5}$
(C) A 點至 xz 平面的投影點坐標 $H = (3, 0, 6)$
(D) A 點在鏡中之像 A' ，即 A 點關於 xy 平面之對稱點坐標 $A' = (3, -2, -6)$
(E) 自 A 點發射光線 1 單位時間後抵達鏡面 O 點，自 O 點反射 3 單位時間後抵達 $R(a, b, c)$ ，則 $2a + 3b = 0$

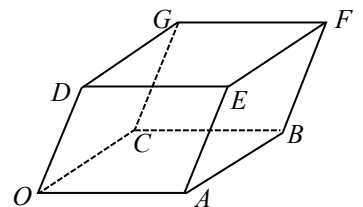


- () 4. 坐標空間中有一平面 P 過 $(0,0,0)$ 、 $(2,3,4)$ 、 $(-2,3,4)$ 三點。試選出正確的選項。
- (A) 向量 $(0,-4,3)$ 是平面的法向量 (B) 向量 $(0,3,4)$ 與平面 P 垂直
- (C) 點 $(0,6,8)$ 在平面 P 上 (D) 平面 P 與 xy 平面垂直 (E) 點 $(1,5,5)$ 到平面 P 的距離是 1
- () 5. 請選出下列正確的選項。
- (A) 空間中，方程式 $3x - y = 0$ 的圖形是一條直線
- (B) 平面 $3x + y - 2z = 4$ 與平面 $x + y + 2z = 5$ 互相垂直
- (C) 若 \vec{a} 、 \vec{b} 為空間中兩不平行的非零向量，則 $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$ ，其中 θ 為 \vec{a} 、 \vec{b} 的夾角
- (D) 假設 E_1 、 E_2 為兩不平行且相異平面，其法向量分別為 \vec{n}_1 、 \vec{n}_2 。若 E_1 、 E_2 的銳夾角為 θ ，則 $\cos \theta = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|}$
- (E) $P(-1,3,4)$ 在平面 E 上的投影點為 $Q(2,1,-1)$ ，則向量 $(3,-2,-5)$ 為平面 E 的一個法向量
- () 6. 行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 3$ ，下列哪些選項是正確的？
- (A) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 3$ (B) $\begin{vmatrix} ra_1 & ra_2 & ra_3 \\ rb_1 & rb_2 & rb_3 \\ rc_1 & rc_2 & rc_3 \end{vmatrix} = 3r^3$ (C) $\begin{vmatrix} c_1 & a_1 & b_1 \\ c_2 & a_2 & b_2 \\ c_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix} = 3$
- (D) $a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_3 & b_1 \\ c_3 & c_1 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} = 3$ (E) $\begin{vmatrix} 2a_1 & 2a_2 & 2a_3 \\ b_1 - a_1 & b_2 - a_2 & b_3 - a_3 \\ c_1 + b_1 & c_2 + b_2 & c_3 + b_3 \end{vmatrix} = 6$

三、填充題

1. 試求 $\begin{vmatrix} 7 & -3 & -4 \\ -4 & 6 & -2 \\ -3 & -2 & 5 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

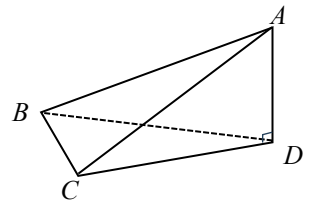
2. 右圖為每一個面皆為平行四邊形的六面體（即平行六面體），若 O 為原點， A 、 C 、 D 坐標分別為 $(2,1,3)$ 、 $(-1,1,-1)$ 、 $(1,-3,2)$ ，試求 F 點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



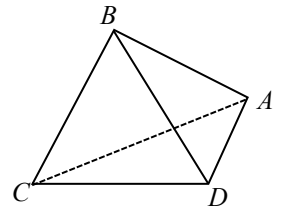
3. 空間中 $A(x,5,4)$ 、 $B(-1,y,1)$ 、 $C(7,6,3)$ 三點共線，則 $x + y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 已知空間中三點 $A(2, 3, 2)$ 、 $B(7, 10, 1)$ 、 $C(4, 4, 1)$ ，且 B 點在直線 AC 上的投影點為 D ，求 D 點坐標為 _____。
5. 已知平面 E 與 $E_1: x + 2y - 3z = 6$ 平行，又 E 平面的 x 截距、 y 截距、 z 截距和為 14，求平面 E 的方程式為 _____。
6. 設 $\vec{a} = (3, -6, -2)$ ， $\vec{b} = (2, 3, 1)$ ，若 $\vec{n} = \vec{a} - \vec{v}$ ，其中 $\vec{v} // \vec{b}$ ， $\vec{n} \perp \vec{b}$ ，則 $\vec{n} =$ _____。
7. 試求通過 $P(1, 3, 2)$ 、 $Q(1, 1, 0)$ ，與 $E_1: 2x + 3y - 4z = 0$ 垂直，則平面 E 的方程式為 _____。
8. 設平面 $E_1: ax - y + z - 3 = 0$ 、 $E_2: 2x + 2y - z + 2 = 0$ 的銳夾角為 45° ，則 $a =$ _____。(兩解)
9. 向量 $\vec{OA} = (2, 1, -3)$ 、 $\vec{OB} = (1, 0, 1)$ ，令向量 $\vec{OC} = \vec{OA} + t\vec{OB}$ 。若 $|\vec{OC}|$ 有最小值，此時 $t =$ _____。

10. 如右圖， $ABCD$ 為四面體，已知直線 AD 垂直於平面 BCD ， $\overline{BC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{AD} = 12$ ， $\overline{CD} = 16$ ， $\overline{AB} = 18$ ，求 $\overline{BC} =$ _____。



11. 如右示意圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DBC$ 皆為邊長是 4 的正三角形， $\overline{AD} = 6$ ，若平面 ABC 與平面 DBC 所成的兩面角為 θ ，則 $\theta =$ _____。



12. 已知實數 x 、 y 、 z 滿足 $x - 2y + 2z = 9$ ，求 $\sqrt{(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2}$ 的最小值為 _____。

13. 設 $\vec{u} = (1, -2, 3)$ ， $\vec{v} = (1, 0, -1)$ ， $\vec{w} = (x, y, z)$ 為空間中三個向量，且向量 \vec{w} 與 $\vec{u} \times \vec{v}$ 平行。若行列式 $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = -48$ ，則 $\vec{w} =$ _____。

14. 有一光線過 $A(6, -3, 2)$ 經鏡面 E 上一點 $P(4, 0, 1)$ 反射後，朝 $B(6, 6, -3)$ 的方向直線前進，試求鏡面 E 之方程式為 _____。

新化高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(E)	(E)	(D)	(A)	(C)

二、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(A)(B)(D)(E)	(A)(C)(E)	(A)(C)(D)(E)	(A)(C)(E)	(B)(E)
6.				
(A)(B)(C)(E)				

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
0	$(2, -1, 4)$	19	$(8, 6, -1)$	$x + 2y - 3z = 12$
6.	7.	8.	9.	10.
$(5, -3, -1)$	$7x - 2y + 2z = 5$	0 or -24	$\frac{1}{2}$	$2\sqrt{19}$
11.	12.	13.	14.	
120°	$\frac{10}{3}$	$(-4, -8, -4)$	$3x - z = 11$	