

瀛海中學 108 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題(每題 5 分，共 20 分)

- ( ) 1.  $\sqrt{\frac{2^{2+\sqrt{3}}}{2^{1+\sqrt{3}}}} \times (2+\sqrt{2})^3 \times (2-\sqrt{2})^4 \times \frac{\log_{10} 100}{\log_{10} 10000} =$   
 (1)  $\sqrt{2}-1$  (2)  $2\sqrt{2}-2$  (3)  $4\sqrt{2}-4$  (4)  $8\sqrt{2}-8$  (5)  $16\sqrt{2}-16$
- ( ) 2. 已知  $a$ 、 $b$  是正實數，若  $2a+3b=12$ ，求  $ab$  的最大值？  
 (1) 4 (2) 6 (3) 8 (4) 10 (5) 12
- ( ) 3. 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆為整數，且  $|a-1|+3|b+2|+2|c-3|=2$ ，則  $a+b+c$  的最大值為？  
 (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 7
- ( ) 4. 若將  $\frac{6}{7}$  化為小數，則令小數點後的第  $n$  位數字為  $f(n)$ ，則  $f(2019)$  為下列何值？  
 (1) 5 (2) 8 (3) 1 (4) 2 (5) 7

二、多選題(每題 8 分，8-5-2-0，共 24 分)

- ( ) 1. 下列敘述何者正確？  
 (1) 任兩個相異無理數之間，至少存在一個無理數  
 (2) 若  $a+b$  為有理數、 $ab$  為無理數，則  $a-b$  必為無理數  
 (3) 假設  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $n$  為正數，若  $a+b\sqrt{n}=c+d\sqrt{n}$ ，則  $a=c$  且  $b=d$ 。  
 (4) 若  $a$ 、 $b$  為有理數，則  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  恆成立  
 (5) 設  $a=\sqrt{13}-\sqrt{7}$ 、 $b=\sqrt{19}-\sqrt{13}$ 、 $c=\sqrt{21}-\sqrt{15}$ ，則  $a < b < c$
- ( ) 2. 若有兩實數  $a$ 、 $b$  滿足  $a < b$ ，則下列哪些選項的大小關係恆正確？  
 (1)  $a < \frac{a+b}{2} < b$  (2)  $a < \frac{a+b}{3} < b$  (3)  $a < \frac{3a+b}{4} < b$  (4)  $a < \frac{a+3b}{5} < b$  (5)  $a < \frac{7a-b}{6} < b$
- ( ) 3. 下列哪些數可以利用尺規作圖做出？  
 (1)  $\sqrt[3]{2}$  (2)  $\log_{10} 6$  (3)  $\sqrt{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$  (4)  $\sqrt{\sqrt{3}-2}$  (5)  $0.149$

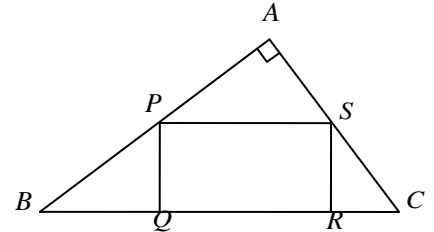
三、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. 已知  $a > 0$  且  $a+a^{-1}=4$ ，求  $a^2+a^{-2} =$  \_\_\_\_\_
2. 假設  $-2 \leq x \leq 3$ ， $1 \leq y \leq 4$ ，若①  $x+2y$  最大值為  $a$ ；②  $xy$  最小值為  $b$ ；③  $xy+x+2y$  最大值為  $c$ 、最小值為  $d$ ；  
 ④  $x^2+y^2$  最小值為  $e$ ，則數對  $(a,b,c,d,e) =$  \_\_\_\_\_
3. 求同時滿足  $|x+1| < 2$ 、 $|-6x-1| \geq 9$ ，兩個不等式的解 \_\_\_\_\_
4. 已知  $x$ 、 $y$  是有理數，若  $x\sqrt{4+2\sqrt{3}}+y\sqrt{7-4\sqrt{3}}=1+4\sqrt{3}$ ，則數對  $(x,y) =$  \_\_\_\_\_
5. 滿足不等式  $|ax+2| \geq b$  之  $x$  範圍為  $x \geq 11$  或  $x \leq 1$ ，求數對  $(a,b) =$  \_\_\_\_\_

6. 若一正數  $a$  的小數部分  $b$ ，且  $(a-2)^2 + b^2 = 8$ ，則  $a^2 - 6b =$  \_\_\_\_\_

7. 若分數  $\frac{4 \times 12 \times y!}{1980}$  可化為有限小數，則數對  $(x, y) =$  \_\_\_\_\_

8. 如圖直角  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 20$ 、 $\overline{AC} = 15$ 、 $\overline{BC} = 25$ 。在  $\overline{AB}$  邊上取一點  $P$ ，在  $\overline{BC}$  邊上取兩點  $Q$ 、 $R$ ，在  $\overline{AC}$  邊上取一點  $S$ ，使得  $PQRS$  為矩形，求矩形  $PQRS$  面積的最大值為 \_\_\_\_\_



#### 四、計算題(共 16 分)

1. 已知  $10^{0.3010} \approx 2$ ，求  $2^{60}$  乘開後是幾位數？(3 分)

2. 計算下列各題的值(需考慮有效位數後以科學記號表示)

(1)  $(5 \times 10^5) + (6 \times 10^4) =$  \_\_\_\_\_ (2 分)

(2)  $(2.5 \times 10^4) \times (1.25 \times 10^2) =$  \_\_\_\_\_ (2 分)

3. 請依文章，作答 3 個小題(改自大紀元 2010 年 5 月 20 日訊)

「坦博拉火山是印尼松巴哇島北岸的一座複合型活火山。在 1815 年爆發時，噴射出 1400 億噸岩漿，釋放能量相當於第二次世界大戰美軍投在日本廣島的那顆原子彈爆炸威力的  $10^8$  倍，導致 71000 人遇難，逾 35000 戶房子被毀。是有史記錄以來最大規模的火山爆發。」目前國際使用芮氏規模來表示地震強度，假設發生芮氏規模  $M$  的地震時，地震震央所釋放出的能量  $E$ ，其公式為： $E(M) = 10^{5.2+1.5M}$ 。已知一顆廣島原子彈所釋放的能量約相當於芮氏規模 6.2 的地震。

「1815 年的一次大噴發從 4 月 5 日一直持續到 7 月中旬。火山爆發時伴著轟轟的巨響方圓 1000 多公里內的居民都聽得到，不斷向高空噴出大量的火山灰和氣體，厚重的火山灰在以後 3 天內將附近 480 公里範圍內的天空完全遮黑。

4 月 12 日中午時分，在距火山幾百公里以外的瓜哇島，天空黑得幾乎伸手不見五指。」若這次火山爆發，噴入空中的火山灰和碎石覆蓋印尼的區域面積比例與天數的關係可以用  $100(1 - 10^{-k \cdot t})\%$  表示( $k$  表示一常數、 $t$  表天數)。

(1) 請問坦博拉火山在 1815 年爆發時釋放的能量造成的地震芮氏規模應為多少？(四捨五入到小數點後一位)(3 分)

(2) 假設坦博拉火山爆發後 3 天，覆蓋印尼的區域面積達到 90%，請問  $k$  值為多少？(3 分)

(3) 承(2)，請問坦博拉火山爆發後幾天，覆蓋印尼的區域面積會到 99.9%(3 分)

# 瀛海中學 108 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科簡答

## 一、單選題(每題 5 分，共 20 分)

1.	2.	3.	4.
(4)	(2)	(2)	(5)

## 二、多選題(每題 8 分，8-5-2-0，共 24 分)

1.	2.	3.
(1)(2)	(1)(3)	(3)(5)

## 三、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1.	2.	3.	4.
14	$(11, -8, 23, -2, 1)$	$-3 < x \leq \frac{-5}{3}$	$(3, -1)$
5.	6.	7.	8.
$(\frac{-1}{3}, \frac{5}{3})$	18	$(6, 4)$	75

## 四、計算題(共 16 分)

1.(3 分)	2.(1) (2 分)	2.(2) (2 分)
19 位數	$6 \times 10^5$ (取一位有效數字)	$3.1 \times 10^6$ (取二位有效數字)
3.(1) (3 分)	3.(2) (3 分)	3.(3) (3 分)
11.5	$\frac{-1}{3}$	9