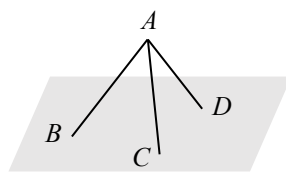


台南女中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題（每題 6 分，共 6 分）

- () 1. 右圖為示意圖。學生在工藝課用鐵條焊接了一個三隻腳都互相垂直的三角架。若將此腳架放在水平地面上，使每一隻腳的底端都在地面上。若三隻腳的長度分別為 60、60、60，則腳架頂端 A 點到地面的距離為下列哪一個選項？



(1) 20 (2) 30 (3) $20\sqrt{3}$ (4) $30\sqrt{2}$ (5) 60

- () 2. 已知 $\begin{vmatrix} a & 2 & 4 \\ b & 1 & 2 \\ c & 3 & 1 \end{vmatrix} = 10$ ，則 $\begin{vmatrix} 1-a & 2 & 4 \\ -b & 1 & 2 \\ -c & 3 & 1 \end{vmatrix}$ 的值為下列哪一個選項？

(1) 15 (2) 10 (3) 5 (4) -5 (5) -15

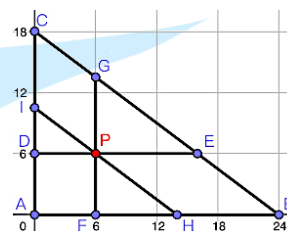
- () 3. 空間中有 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 三個向量，已知 $|\vec{a}| = 5$ ， $|\vec{b}| = 6$ ， $|\vec{c}| = 7$ ， $\vec{b} \times \vec{c} = \vec{a}$ ，則 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ 、 $\vec{a} + \vec{b}$ 、 \vec{a} 三個向量所決定的平行六面體體積為下列哪一個選項？

(1) 25 (2) 36 (3) 49 (4) 150 (5) 210

- () 4. 空間中有一束光從點 $P(2, 1, 2)$ 射向鏡面 E 上的點 $A(0, 0, 0)$ ，反射後通過另一點 $Q(3, 2, 6)$ ，若鏡面 E 的平面方程式為 $ax + 13y + bz = 0$ ，則數對 (a, b) 為下列哪一個選項？

(1) (12, 23) (2) (12, 32) (3) (23, 12) (4) (23, 32) (5) (32, 23)

- () 5. 右圖為示意圖。直角三角形 ABC 的頂點坐標為 $A(0, 0)$ 、 $B(24, 0)$ 、 $C(0, 18)$ ， $\triangle ABC$ 內部有一點 $P(m, n)$ ，過 P 點作 \overline{DE} 平行 \overline{AB} ，作 \overline{FG} 平行 \overline{AC} ，作 \overline{HI} 平行 \overline{BC} ，則 $\triangle PDI$ 、 $\triangle PFH$ 、 $\triangle PEG$ 面積和的最小值為下列哪一個選項？



(1) 54 (2) 60 (3) 72 (4) 96 (5) 108

- () 6. 空間中， $\vec{a} = (4, -6, -2)$ ， $\vec{b} = (1, -1, 2)$ ，若 $\vec{a} + t\vec{b}$ 與 \vec{b} 的夾角為 150° ，其中 t 為實數，則 t 的值為下列哪一個選項？

(1) -1 (2) 2 (3) -3 (4) 4 (5) -6

- () 7. 空間中平面 Γ 的方程式為 $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ ，下列哪一個選項為平面 Γ 的法向量？

(1) (5, 1, -7) (2) (-5, 1, 7) (3) (1, 2, 3) (4) (3, 1, 2) (5) (2, 3, 1)

二、多選題（每題 8 分，共 24 分，8-6-4-2-0）

- () 1. 已知空間中四點 A 、 B 、 C 、 D ， $\overline{AB} = (-1, 0, 1)$ 、 $\overline{AC} = (0, 1, -1)$ 、 $\overline{AD} = (a, b, c)$ ， $\angle BAC = \theta$ ，下列關於 \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{AD} 的敘述，哪些選項正確？

(1) $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = |\overline{AB}| \times |\overline{AC}| \cos \theta$ (2) $\overline{AB} \times \overline{AC} = |\overline{AB}| \times |\overline{AC}| \sin \theta$
 (3) 若 $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = 0$ ，則 $\angle BAD$ 必為 0° (4) 若 $|\overline{AB} \times \overline{AD}| = 0$ ，則 $\angle BAD$ 必為 0°
 (5) $(\overline{AB} \cdot \overline{AC})^2 + |\overline{AB} \times \overline{AC}|^2 = |\overline{AB}|^2 + |\overline{AC}|^2$

- () 2. 空間中， A 為原點， $\overline{AB} = (2, 0, 0)$ ， $\overline{AC} = (4, 3, 0)$ ， $\overline{AD} = (2, 3, 6)$ ， $\overline{AE} = (a, b, c)$ ， $\overline{AF} = (p, q, r)$ ， $\overline{AG} = (l, m, n)$ ，其中 $a^2 + b^2 + c^2 = 4$ ， $p^2 + q^2 + r^2 = 25$ ， $l^2 + m^2 + n^2 = 49$ ，下列哪些選項正確？

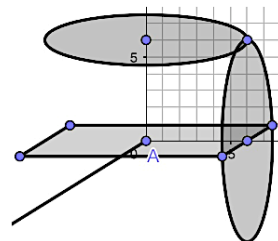
(1) \overline{AB} 、 \overline{AC} 所決定的平行四邊形面積為 8
 (2) \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{AD} 所決定的平行六面體體積為 $2 \times 5 \times 7 = 70$
 (3) \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{AG} 所決定的平行六面體體積最大值為 $2 \times 5 \times 7 = 70$
 (4) \overline{AB} 、 \overline{AF} 、 \overline{AG} 所決定的平行六面體體積最大值為 $2 \times 5 \times 7 = 70$
 (5) \overline{AE} 、 \overline{AF} 、 \overline{AG} 所決定的平行六面體體積最大值為 $2 \times 5 \times 7 = 70$

- () 3. 空間中， $\vec{a} = (1, 1, 0)$ ， $\vec{b} = (0, 1, 1)$ ， $\vec{c} = (1, 0, 1)$ 。P 點從原點 $(0, 0, 0)$ 出發，每秒移動 $\sqrt{2}$ 單位長。一開始沿著 \vec{a} 移動 1 秒，接著沿著 \vec{b} 移動 2 秒，接著沿著 \vec{c} 移動 3 秒，接著沿著 \vec{a} 移動 4 秒，接著沿著 \vec{b} 移動 5 秒，接著沿著 \vec{c} 移動 5 秒，接著沿著 \vec{c} 移動 6 秒，依此類推。若從一開始算起，接過 n 秒後，P 點的位置為 (x_n, y_n, z_n) 。請問下列選項哪些是正確的？

- (1) $x_n + y_n + z_n = 2n$ (2) $(x_6, y_6, z_6) = (4, 3, 5)$ (3) $(x_{99}, y_{99}, z_{99}) = (65, 69, 64)$
 (4) 若 $x_n = 32$ ，則 $n = 47$ (5) $(x_{2000}, y_{2000}, z_{2000}) = (1332, 1333, 1334)$

- () 4. 空間中， $\vec{AB} = (a, b, 0)$ ， $\vec{AC} = (p, q, 6)$ ， $\vec{AD} = (m, 6, n)$ ，其中 $-6 \leq a \leq 6$ ， $-6 \leq b \leq 6$ ， $a^2 + b^2 \neq 0$ ， $p^2 + q^2 = 36$ ， $m^2 + n^2 = 36$ 。

- (1) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ 的最大值為 $36\sqrt{2}$ ，且此時 (a, b, p, q) 必為 $(6, 6, 3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$
 (2) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ 的最小值為 $-36\sqrt{2}$ (3) $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ 的最小值為 -72
 (4) $\vec{AC} \cdot \vec{AD}$ 的最小值為 $-36\sqrt{2}$ (5) $|\vec{AB} \times \vec{AC}|$ 的最大值為 72



三、混合題

空間中各點坐標為 $A_n(0, 0, n)$ 、 $B_n(1, 0, n)$ 、 $C_n(1, 1, n)$ 、 $D_n(0, 1, n)$ ， A_n 、 B_n 、 C_n 、 D_n 此 4 點合稱為第 n 層。有個物體每分鐘移動 1 單位，從 A_0 出發，逆時鐘方向繞完第 n 層的 4 個點後，隨即往上移動 1 單位，然後繼續依逆時鐘方向繞第 $n+1$ 層，其中 n 為零或正整數，因此該物體初期的移動情況為 $A_0 \rightarrow B_0 \rightarrow C_0 \rightarrow D_0 \rightarrow D_1 \rightarrow A_1 \rightarrow B_1 \rightarrow C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow D_2 \rightarrow A_2 \rightarrow B_2 \rightarrow B_3 \rightarrow C_3 \rightarrow D_3 \rightarrow A_3 \rightarrow A_4 \rightarrow B_4 \rightarrow C_4 \rightarrow D_4 \rightarrow D_5 \rightarrow \dots$ 。從 A_0 出發後，1 分鐘時抵達 B_0 ，2 分鐘時抵達 C_0 ，…。請利用以上資訊回答下列三題。

- 該物體移動到點 D_{10} 後，下一次移動會移動到哪一個點，請選出正確的選項？
 (1) D_{11} (2) D_9 (3) A_{10} (4) B_{10} (5) C_{10}
- 若該物體從 A_0 出發後，49 分鐘時所在位置的坐標為下列哪一個選項？
 (1) $A_{12}(0, 0, 12)$ (2) $B_{12}(1, 0, 12)$ (3) $C_{12}(1, 1, 12)$ (4) $D_{12}(0, 1, 12)$ (5) $D_{13}(0, 1, 13)$
- 若該物體從 A_0 出發後， n 分鐘時抵達 $D_{11}(0, 1, 11)$ ，則 $n =$ 。

四、填充題

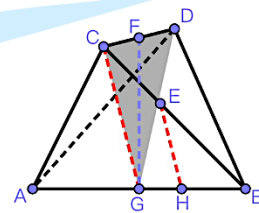
- 空間中，點 $A(\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{2})$ 在平面 E 上的投影點為原點 $B(0, 0, 0)$ ，若平面 E 的方程式為 $ax + y + bz = c$ ，則數組 $(a, b, c) =$ 。

2. 空間中有一個 $\triangle ABC$ ，各個頂點坐標為 $A(0,0,0)$ 、 $B(10,10,5)$ 、 $C(0,-10,0)$ ，因此 $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{AC} = 10$ 。若 \overline{BC} 上有一點 D 使得 $\angle BAD = \angle CAD$ (即 \overline{AD} 為 $\angle BAC$ 的角平分線)，則 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 15 : 10 = 3 : 2$ 。由以上資訊，可知 D 點坐標為 _____。

3. 空間中，各點坐標為 $A(9,5,3)$ ， $B(3,2,1)$ ， $C(4,4,3)$ ，則 $\cos \angle ABC =$ _____。

4. 行列式 $\Gamma = \begin{vmatrix} x^2 + x & 2x^2 + 3x & 3x^2 + 6x \\ 1 + 1 & 2 + 3 & 3 + 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ 的解為 $x = \alpha$ 或 β ，其中 $\alpha < \beta$ ，則數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。

5. 右圖為示意圖。空間中有一個稜長為 $10\sqrt{2}$ 的正四面體 $ABCD$ ， E 點在 \overline{BC} 上且 $\overline{BE} : \overline{EC} = 3 : 2$ ， F 點在 \overline{CD} 上且 $\overline{CF} : \overline{FD} = 5 : 7$ ，則 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF} =$ _____。



6. 坐標空間中，若平面 $E: ax + by + cz + 1 = 0$ 滿足以下三個條件：

條件一：平面 E 與平面 $F: 2x + 3y + 6z = 0$ 的銳夾角為 60°

條件二：點 $A(2,3,6)$ 與平面 E 的距離為 5

條件三： $2a + 3b + 6c < 0$ 。

則 $2a + 3b + 6c =$ _____。

台南女中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(3)	(5)	(1)	(4)	(3)
6.	7.			
(5)	(2)			

二、多選題

1.	2.	3.	4.
(1)	(4)(5)	(1)(2)(3)(4)	(2)(3)(5)

三、混合題

1.	2.	3.
3	2	46

四、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$(2, 3, 0)$	$(4, -2, 2)$	$\frac{20}{21}$	$(0, 1)$	-40
6.				
$-\frac{7}{17}$				