

台南一中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、多選題（每個選項答對得 1.6 分，計算本大題總分後再四捨五入）

() 1. 選出在空間中正確的敘述：

- (A) 通過相異三點 A 、 B 、 C 的平面恰有一個
- (B) 到相異兩點 A 、 B 等距的所有點形成一直線
- (C) A 、 B 為不在平面 E 上的相異兩點，則必可在 E 上找到點 P 滿足 $\overline{PA} = \overline{PB}$
- (D) 直線 L_1 在平面 E_1 上，直線 L_2 在平面 E_2 上，若 $E_1 // E_2$ ，則 $L_1 // L_2$
- (E) \overline{AB} 垂直平面 E 於 B ， L 為 E 上不過 B 的直線， P 、 Q 、 R 為 L 上相異三點，若 $\overline{AB} \perp \overline{BP}$ 且 $\overline{AB} \perp \overline{BQ}$ ，則 $\overline{AB} \perp \overline{BR}$

() 2. \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 為空間中三非零向量，請選出正確的選項：

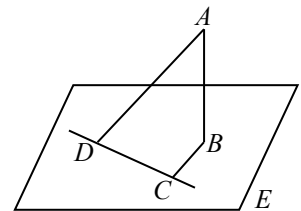
- (A) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$
- (B) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$
- (C) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0$
- (D) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{0}$
- (E) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，則 $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

二、填充題（答對 7 格以內，每格 6 分；超過 7 格部分，每格 5 分，共 72 分）

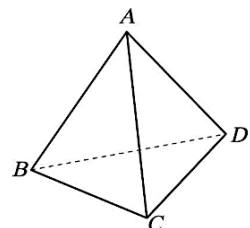
1. 空間坐標系中，點 A 與 $B(3, -3, 3)$ 同卦限。已知 A 到 xy 平面、 yz 平面、 zx 平面的距離依序為 5、6、7，則 A 的坐標為 _____。

2. 空間中兩向量 $\vec{a} = (x, 3, 2)$ 、 $\vec{b} = (1, -1, 5)$ ，滿足 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 14$ ，求 $|\vec{a}| =$ _____。

3. 如右圖，點 A 在平面 E 上的投影點為 B ， B 在直線 L 上的投影點為 C ， L 在 E 上， D 為 L 上異於 C 的點。已知 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{CD} = 4$ ，求 $\tan \angle ADC =$ _____。



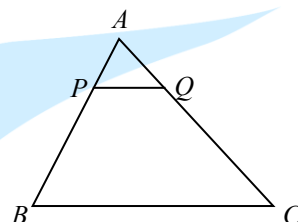
4. 如右圖，四面體 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{AD} = 4$ ， $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{BD} = 3$ 。以 θ 表平面 ABC 與平面 ACD 的夾角，求 $\cos \theta =$ _____。



5. 空間中四點 $A(0,1,0)$ 、 $B(2,2,0)$ 、 $C(3,5,1)$ 、 $D(0,2,t)$ 共平面，求 $t =$ _____。

6. 空間中兩向量 $\vec{a} = (7,4,3)$ 、 $\vec{b} = (1,2,-1)$ ，將 \vec{a} 分解成 $\vec{x} + \vec{y}$ ，其中 $\vec{x} // \vec{b}$ 且 $\vec{y} \perp \vec{b}$ ，則 $\vec{y} =$ _____。

7. 如右圖，分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上取 P 、 Q 兩點使 $\overline{PQ} // \overline{BC}$ 且 $\frac{\triangle APQ \text{ 面積}}{\text{梯形 } PBCQ \text{ 面積}} = \frac{4}{21}$ 。已知 $A(3,3,-4)$ 、 $B(-7,8,6)$ ，求 P 點坐標為 _____。

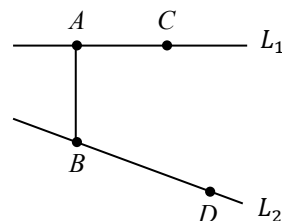


8. 已知單位向量 \vec{a} 的 x 分量為正數，且滿足 $\vec{a} \times \vec{b} = (1,1,1)$ ， $\vec{a} \times \vec{c} = (1,2,3)$ ，求 $\vec{a} =$ _____。

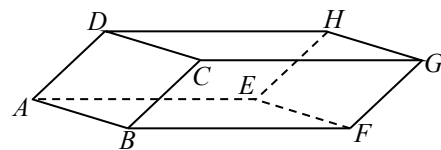
9. 已知 $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = 67$ ， $\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} = 83$ ， $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} = 97$ ， $\begin{vmatrix} a_1 & 2 & c_1 \\ a_2 & 5 & c_2 \\ a_3 & b & c_3 \end{vmatrix} = 51$ ，求 $b =$ _____。

10. 如右圖， L_1 、 L_2 為空間中兩歪斜線，點 A 、 C 在 L_1 上，點 B 、 D 在 L_2 上，且 \overline{AB} 同時垂直 L_1 與 L_2 。已知 $\overline{AB} = 3$ ， $\vec{AC} = (1,1,2)$ ， $\vec{BD} = (2,-3,1)$

(1) 若 θ 表 \vec{AC} 與 \vec{BD} 的夾角，求 $\cos \theta =$ _____。(2) $\overline{CD} =$ _____。



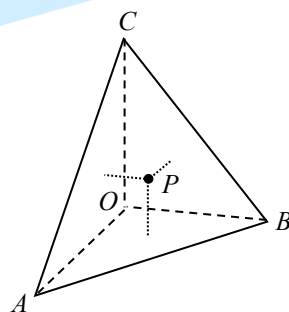
11. 如右圖，平行六面體 $ABCD-EFGH$ 中， $\overline{AB} = \overline{AD} = 4$ ， $\overline{AE} = 7$ ， $\angle BAD = \angle BAE = \angle DAE = 60^\circ$ ，求 $\overline{AG} =$ _____。



12. 將 $\begin{vmatrix} x+1 & 111x+3 & 1111x+5 \\ 7x+8 & 777x+23 & 77777x+38 \\ 111x+1 & 222x+1 & 333x+1 \end{vmatrix}$ 化簡成 x 的多項式 $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，求實數序組 $(a, b, c, d) =$ _____。

三、計算題（共 12 分）

1. 如右圖，四面體 $OABC$ 中 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 兩兩垂直， $\overline{OA} = 2$ ， $\overline{OB} = 3$ ， $\overline{OC} = 4$ 。 P 為 $\triangle ABC$ 內部一動點，設 P 到平面 OAB 、平面 OBC 、平面 OCA 的距離依序為 x 、 y 、 z 。
- (1) 求四面體 $OABC$ 的體積為 _____。(2 分) (四面體體積 $= \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$)
- (2) 找到 x 、 y 、 z 的關係，表成 $ax + by + cz = 12$ ，寫出實數序組 $(a, b, c) =$ _____。(4 分)
- (3) 求 $\frac{3}{x} + \frac{1}{6y} + \frac{1}{z}$ 的最小值及最小值發生時的序組 $(x, y, z) =$ _____。(6 分)



台南一中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、多選題

1.	2.
(E)	(B)(C)(E)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$(6, -7, 5)$	$\sqrt{62}$	$\frac{\sqrt{29}}{4}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{2}{5}$
6.	7.	8.	9.	10.(1)
$(5, 0, 5)$	$(-1, 5, 0)$	$\left(\frac{\sqrt{6}}{6}, -\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{6}\right)$	4	$\frac{\sqrt{21}}{42}$
10.(2)	11.	12.		
$3\sqrt{3}$	$\sqrt{153}$	$(0, 0, -10890, 0)$		

三、計算題

1.(1)	1.(2)	1.(3)
4	$(3, 6, 4)$	最小值 3 , $(x, y, z) = \left(2, \frac{1}{3}, 1\right)$