

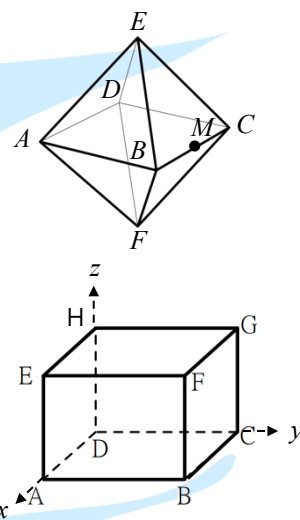
南科實中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題（每題 6 分，共 24 分）

- () 1. 設正實數 b 滿足 $\left(\log \frac{1}{1000}\right)(\log b) + \log 100 + \log b = 5$ ，試選出正確的選項。
- (1) $\frac{1}{\sqrt{10}} \leq b < 1$ (2) $\frac{1}{10} \leq b < \frac{1}{\sqrt{10}}$ (3) $\frac{1}{10\sqrt{10}} \leq b < \frac{1}{10}$
 (4) $\frac{1}{100} \leq b < \frac{1}{10\sqrt{10}}$ (5) $\frac{1}{100\sqrt{10}} \leq b < \frac{1}{100}$
- () 2. 試問共有多少組正整數 (k, m, n) 滿足 $3^k 9^m 27^n = 2187$ ？
 (1) 1 組 (2) 2 組 (3) 3 組 (4) 4 組 (5) 0 組
- () 3. 試問數線上有多少個整數點與點 $\sqrt{65}$ 的距離小於 5，但與點 $\sqrt{50}$ 的距離大於 3？
 (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 5 個
- () 4. 設 $a = \sqrt[4]{10}$ 。關於 a^6 的範圍，試選出正確的選項。
 (1) $25 \leq a^6 < 30$ (2) $30 \leq a^6 < 35$ (3) $35 \leq a^6 < 40$ (4) $40 \leq a^6 < 45$ (5) $45 \leq a^6 < 50$

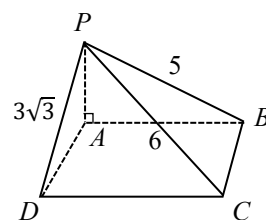
二、多選題（每題 8 分，共 16 分，8-5-2-0）

- () 1. 右圖是一個邊長為 2 的正八面體， M 為 \overline{BC} 的中點，試問下列哪些敘述是正確的？
 (1) 直線 ED 與直線 BF 歪斜 (2) 直線 BC 垂直平面 EMF
 (3) 平面 $BEDF$ 與平面 $ABCD$ 垂直 (4) $\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{EB} = 4$
 (5) 若平面 BCE 與平面 BCF 所夾兩面角為 θ ，則 $\cos \theta = \frac{-1}{3}$
- () 2. 如圖，在坐標空間中， $A、B、C、D、E、F、G、H$ 為長方體的八個頂點，已知其中 $D(0, 0, 0), F(5, 15, 10)$ 。若 M 在線段 \overline{AB} 上且 $\overline{AM} : \overline{MB} = 2 : 1$ ， P 在對角線 \overline{HB} 上且 $\overline{HP} : \overline{PB} = 3 : 2$ 。試選出正確的選項。
 (1) P 點坐標為 $(3, 9, 4)$ (2) P 點到 x 軸的距離為 $\sqrt{97}$
 (3) $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PB} = 26$ (4) \overrightarrow{PM} 在 \overrightarrow{PB} 的正射影為 $(1, 3, -2)$
 (5) 點 M 在直線 PB 的投影點坐標為 $(4, 12, 2)$



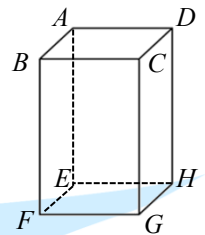
三、填充題（每格 6 分，共 48 分）

1. 已知 k 為整數，且 $\frac{k}{4} < \sqrt{14 + 6\sqrt{5}} < \frac{k+1}{4}$ ，求 $k =$ _____。
2. 如右圖，過矩形 $ABCD$ 之頂點 A ，作垂直矩形 $ABCD$ 所在平面的垂直線段 \overline{PA} 。已知 $\overline{PB} = 5$ ， $\overline{PC} = 6$ ， $\overline{PD} = 3\sqrt{3}$ ，求矩形 $ABCD$ 的面積為 _____。



3. 設 $\vec{u} = (5, 3, 1)$, $\vec{v} = (2, -1, 2)$, $\vec{w} = \vec{u} - t\vec{v}$, 其中 t 為實數, 若 $t = t_0$ 時, \vec{w} 的長度有最小值 α , 則數對 $(t_0, \alpha) =$ _____。

4. 如圖, 設 $ABCD-EFGH$ 為空間中長、寬、高分別為 2、3、5 的長方體。已知 $\overline{AB} = 2$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 3$, $\overline{DH} = 5$, 若點 P 在長方體之內且滿足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AE}$, 試求 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AH} =$ _____。



5. 空間中, 已知向量 \vec{a} 、 \vec{b} 滿足 $|\vec{a}| = \sqrt{14}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 14$, $\vec{a} \times \vec{b} = (7, 7, -14)$, 求 $|\vec{b}| =$ _____。

6. 設實數 x 、 y 、 z 滿足 $x^2 + y^2 + 4z^2 = 9$, 若 $x = x_0$ 、 $y = y_0$ 、 $z = z_0$ 時可使 $2x - y + 4z$ 有最大值 k , 則 $x_0 + y_0 + z_0 + k =$ _____。

7. 設有三個相異空間向量 \vec{u} 、 \vec{v} 、 \vec{w} , 若 $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = -7$, 則由 $2\vec{u} + 3\vec{w}$, $4\vec{v} + \vec{w}$, $3\vec{u} + 2\vec{v} - \vec{w}$ 所張開的平行六面體的體積為 _____。

8. 在坐標空間中，設 xz 平面為一鏡面，有一光線通過 $P(-4, 2, -1)$ ，射向鏡面上的點 $M(2, 0, 3)$ ，經鏡面反射後通過 Q 點，若 $2\overline{MQ} = 3\overline{MP}$ ，試求 Q 點坐標為_____。

四、混合題（每小題 6 分，共 18 分）

1. 已知空間中四點 $A(4, 1, 3)$ 、 $B(2, 1, 2)$ 、 $C(3, -4, 5)$ 、 $D(-1, 2, 3)$ ，試求：
- (1) 由 \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{AD} 所張出之平行六面體體積為_____。
- (2) D 點到平面 ABC 的距離為_____。
- (3) 若 $\overline{AP} = s\overline{AB} + t\overline{AC}$ 且 $4 \leq s \leq 7$ ， $-3 \leq t \leq 1$ ，所有 P 點所形成的圖形為 T ，則 T 的面積為_____。
- (A) $12\sqrt{6}$ (B) $60\sqrt{6}$ (3) $30\sqrt{6}$ (4) $6\sqrt{6}$ (5) $5\sqrt{6}$ (單選)

南科實中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

1.	2.	3.	4.
(3)	(1)	(4)	(2)

二、多選題

1.	2.
(2)(3)(5)	(1)(2)(3)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
20	$3\sqrt{11}$	$(1, \sqrt{26})$	26	$\sqrt{35}$
6.	7.	8.		
11	336	$(11, 3, 9)$		

四、計算題

1.(1)	1.(2)	1.(3)
30	$\sqrt{6}$	(B)