

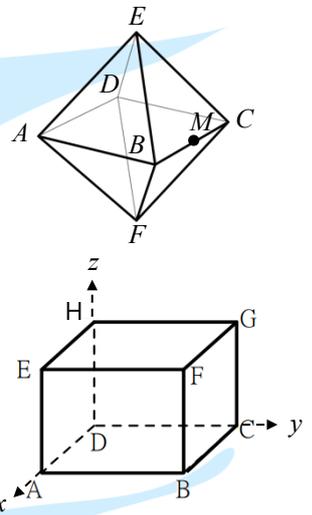
南科實中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題 (每題 6 分, 共 24 分)

- ( ) 1. 設正實數  $b$  滿足  $(\log \frac{1}{1000})(\log b) + \log 100 + \log b = 5$ , 試選出正確的選項。  
 (1)  $\frac{1}{\sqrt{10}} \leq b < 1$       (2)  $\frac{1}{10} \leq b < \frac{1}{\sqrt{10}}$       (3)  $\frac{1}{10\sqrt{10}} \leq b < \frac{1}{10}$   
 (4)  $\frac{1}{100} \leq b < \frac{1}{10\sqrt{10}}$       (5)  $\frac{1}{100\sqrt{10}} \leq b < \frac{1}{100}$
- ( ) 2. 試問共有多少組正整數  $(k, m, n)$  滿足  $3^k 9^m 27^n = 2187$ ?  
 (1) 1 組    (2) 2 組    (3) 3 組    (4) 4 組    (5) 0 組
- ( ) 3. 試問數線上有多少個整數點與點  $\sqrt{65}$  的距離小於 5, 但與點  $\sqrt{50}$  的距離大於 3?  
 (1) 1 個    (2) 2 個    (3) 3 個    (4) 4 個    (5) 5 個
- ( ) 4. 設  $a = \sqrt[4]{10}$ 。關於  $a^6$  的範圍, 試選出正確的選項。  
 (1)  $25 \leq a^6 < 30$     (2)  $30 \leq a^6 < 35$     (3)  $35 \leq a^6 < 40$     (4)  $40 \leq a^6 < 45$     (5)  $45 \leq a^6 < 50$

二、多選題 (每題 8 分, 共 16 分, 8-5-2-0)

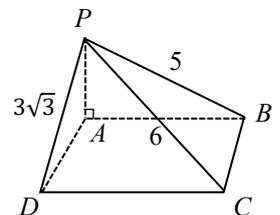
- ( ) 1. 右圖是一個邊長為 2 的正八面體,  $M$  為  $\overline{BC}$  的中點, 試問下列哪些敘述是正確的?  
 (1) 直線  $ED$  與直線  $BF$  歪斜      (2) 直線  $BC$  垂直平面  $EMF$   
 (3) 平面  $BEDF$  與平面  $ABCD$  垂直      (4)  $\overline{ED} \cdot \overline{EB} = 4$   
 (5) 若平面  $BCE$  與平面  $BCF$  所夾兩面角為  $\theta$ , 則  $\cos \theta = \frac{-1}{3}$
- ( ) 2. 如圖, 在坐標空間中,  $A, B, C, D, E, F, G, H$  為長方體的八個頂點, 已知其中  $D(0, 0, 0), F(5, 15, 10)$ 。若  $M$  在線段  $\overline{AB}$  上且  $\overline{AM} : \overline{MB} = 2 : 1$ ,  $P$  在對角線  $\overline{HB}$  上且  $\overline{HP} : \overline{PB} = 3 : 2$ 。試選出正確的選項。  
 (1)  $P$  點坐標為  $(3, 9, 4)$       (2)  $P$  點到  $x$  軸的距離為  $\sqrt{97}$   
 (3)  $\overline{PM} \cdot \overline{PB} = 26$       (4)  $\overline{PM}$  在  $\overline{PB}$  的正射影為  $(1, 3, -2)$   
 (5) 點  $M$  在直線  $PB$  的投影點坐標為  $(4, 12, 2)$



三、填充題 (每格 6 分, 共 48 分)

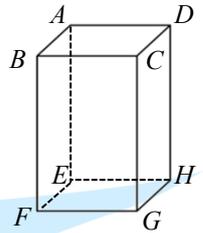
1. 已知  $k$  為整數, 且  $\frac{k}{4} < \sqrt{14 + 6\sqrt{5}} < \frac{k+1}{4}$ , 求  $k =$  \_\_\_\_\_。

2. 如右圖, 過矩形  $ABCD$  之頂點  $A$ , 作垂直矩形  $ABCD$  所在平面的垂直線段  $\overline{PA}$ 。已知  $\overline{PB} = 5, \overline{PC} = 6, \overline{PD} = 3\sqrt{3}$ , 求矩形  $ABCD$  的面積為 \_\_\_\_\_。



3. 設  $\vec{u} = (5, 3, 1)$ ,  $\vec{v} = (2, -1, 2)$ ,  $\vec{w} = \vec{u} - t\vec{v}$ , 其中  $t$  為實數, 若  $t = t_0$  時,  $\vec{w}$  的長度有最小值  $\alpha$ , 則數對  $(t_0, \alpha) =$  \_\_\_\_\_。

4. 如圖, 設  $ABCD-EFGH$  為空間中長、寬、高分別為 2、3、5 的長方體。已知  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{AD} = \overline{BC} = 3$ ,  $\overline{DH} = 5$ , 若點  $P$  在長方體之內且滿足  $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AE}$ , 試求  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AH} =$  \_\_\_\_\_。



5. 空間中, 已知向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  滿足  $|\vec{a}| = \sqrt{14}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 14$ ,  $\vec{a} \times \vec{b} = (7, 7, -14)$ , 求  $|\vec{b}| =$  \_\_\_\_\_。

6. 設實數  $x$ 、 $y$ 、 $z$  滿足  $x^2 + y^2 + 4z^2 = 9$ , 若  $x = x_0$ 、 $y = y_0$ 、 $z = z_0$  時可使  $2x - y + 4z$  有最大值  $k$ , 則  $x_0 + y_0 + z_0 + k =$  \_\_\_\_\_。

7. 設有三個相異空間向量  $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$ 、 $\vec{w}$ , 若  $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = -7$ , 則由  $2\vec{u} + 3\vec{w}$ ,  $4\vec{v} + \vec{w}$ ,  $3\vec{u} + 2\vec{v} - \vec{w}$  所張開的平行六面體的體積為 \_\_\_\_\_。

8. 在坐標空間中，設  $xz$  平面為一鏡面，有一光線通過  $P(-4, 2, -1)$ ，射向鏡面上的點  $M(2, 0, 3)$ ，經鏡面反射後通過  $Q$  點，若  $2\overline{MQ} = 3\overline{MP}$ ，試求  $Q$  點坐標為 \_\_\_\_\_。

四、混合題（每小題 6 分，共 18 分）

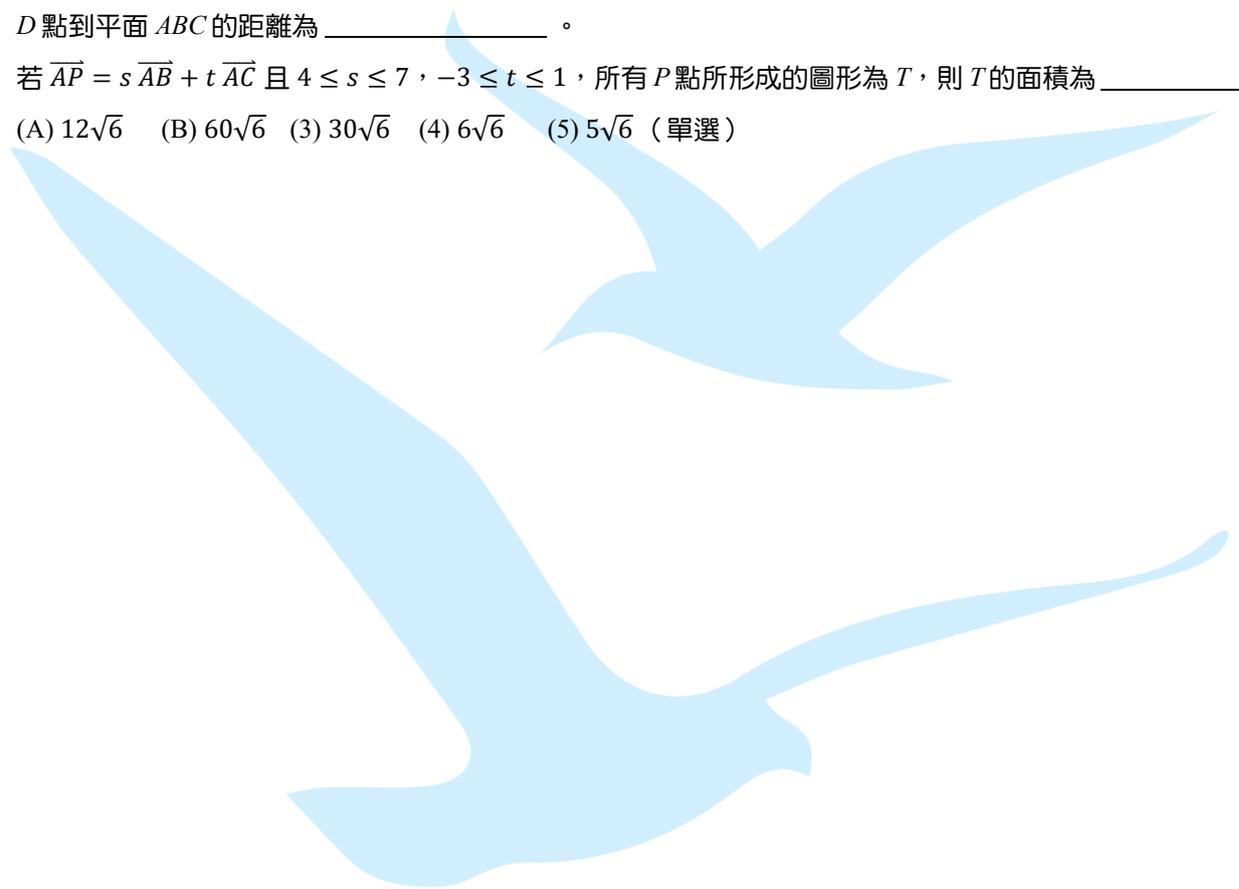
1. 已知空間中四點  $A(4, 1, 3)$ 、 $B(2, 1, 2)$ 、 $C(3, -4, 5)$ 、 $D(-1, 2, 3)$ ，試求：

(1) 由  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AD}$  所張出之平行六面體體積為 \_\_\_\_\_。

(2)  $D$  點到平面  $ABC$  的距離為 \_\_\_\_\_。

(3) 若  $\overline{AP} = s\overline{AB} + t\overline{AC}$  且  $4 \leq s \leq 7$ ， $-3 \leq t \leq 1$ ，所有  $P$  點所形成的圖形為  $T$ ，則  $T$  的面積為 \_\_\_\_\_。

(A)  $12\sqrt{6}$  (B)  $60\sqrt{6}$  (3)  $30\sqrt{6}$  (4)  $6\sqrt{6}$  (5)  $5\sqrt{6}$  (單選)



南科實中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

---

一、單選題

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 1.  | 2.  | 3.  | 4.  |
| (3) | (1) | (4) | (2) |

二、多選題

|           |           |
|-----------|-----------|
| 1.        | 2.        |
| (2)(3)(5) | (1)(2)(3) |

三、填充題

|    |              |                  |    |             |
|----|--------------|------------------|----|-------------|
| 1. | 2.           | 3.               | 4. | 5.          |
| 20 | $3\sqrt{11}$ | $(1, \sqrt{26})$ | 26 | $\sqrt{35}$ |
| 6. | 7.           | 8.               |    |             |
| 11 | 336          | $(11, 3, 9)$     |    |             |

四、計算題

|       |            |       |
|-------|------------|-------|
| 1.(1) | 1.(2)      | 1.(3) |
| 30    | $\sqrt{6}$ | (B)   |