

中山附中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、多選題（每題 8 分，共 24 分，8-5-2-0）

() 1. 已知空間上一點 $P(1, -4, 2)$ ，下列敘述何者正確？

- (A) P 到 y 軸的距離為 $\sqrt{5}$ (B) P 對 xz 平面的對稱點坐標為 $(-1, -4, -2)$
 (C) P 對 x 軸的對稱點坐標為 $(1, 4, -2)$ (D) P 到 yz 平面的距離為 4
 (E) P 對原點的對稱點坐標為 $(-1, 4, -2)$

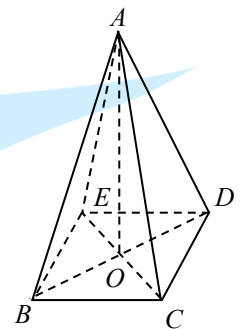
() 2. 空間中不共線相異三點 O, A, B ，若點 P 滿足 $\overrightarrow{OP} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB}$ ，則下列選項哪些正確？

- (A) 若 α 為任意實數， $\beta = 1$ ，則所有 P 點的圖形為一直線
 (B) 若 $0 \leq \alpha \leq 1$ ，且 $\beta = 1$ ，則所有 P 點的圖形為一線段
 (C) 若 $\alpha + \beta = 1$ ，則所有 P 點的圖形為線段 \overline{AB}
 (D) 若 $0 \leq \alpha \leq 1$ ， $1 \leq \beta \leq 3$ ，則所有 P 點所形成區域的面積是 \overrightarrow{OA} 與 \overrightarrow{OB} 決定的平行四邊形面積之 2 倍
 (E) 若 $|\alpha \overrightarrow{OA}| = |\beta \overrightarrow{OB}|$ ，則直線 OP 平分 $\angle AOB$

() 3. 空間中有一四角錐 $A-BCDE$ ，如圖，底面為正方形 $BCDE$ ，其對角線交於 O ，

線段 \overrightarrow{OA} 與底面 $BCDE$ 垂直。已知 $\overrightarrow{OB} = 1$ ， $\overrightarrow{OA} = 2$ ，下列選項何者正確？

- (A) $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OC}$
 (B) 線段 \overline{CD} 與平面 ABE 平行
 (C) $|\overrightarrow{AO} \times \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CB} \times \overrightarrow{CD}|$
 (D) \overrightarrow{AC} 在 $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}$ 上的正射影長度與線段 \overline{OC} 長相等
 (E) 若四角錐 $A-BCDE$ 的體積為 V ，則 $|\overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD})| = \frac{V}{2}$



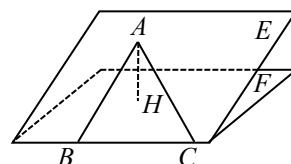
三、填充題（共 76 分）

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	7	14	21	28	34	40	46	52	57	62	66	70	73	76

1. 已知 $\vec{a} = (1, -1, 0)$ ， $\vec{b} = (1, 0, -2)$ ， $\vec{c} = (2, 1, 2)$ ，若 θ 是 $\vec{a} \times \vec{b}$ 與 \vec{c} 的夾角，則 $\cos \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知實數 x 滿足 $\begin{vmatrix} 5 & x & x^2 \\ 5 & -4 & 16 \\ 5 & 5 & 25 \end{vmatrix} = 0$ ，求 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 空間中四點 $A(2, 1, 0)$, $B(3, -1, -1)$, $C(1, 0, 3)$, $D(-1, 1, k)$ 共平面，則 $k =$ _____。
4. 空間中三向量 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 所決定的平行六面體體積為 6，則 $2\vec{a} + 3\vec{b}$ 、 $\vec{b} + \vec{c}$ 、 $2\vec{b} - \vec{c}$ 所決定的平行六面體體積為 _____。
5. 有一錐體的底面為一正方形，邊長為 2，而其四個側面為邊長 3, 3, 2 的等腰三角形。若任兩側面之間的夾角為 θ ，求 $\cos \theta =$ _____。
6. 設 $A(1, 0, 1)$, $B(5, -2, 3)$, $C(3, 2, 5)$ ，點 C 在直線 AB 上的投影點坐標為 _____。
7. 有一個很長的斜坡，斜坡所在的平面 E 與水平面 F 的銳夾角為 30° 。某人在斜坡上進行極限運動，他在斜坡與平面的交線 \overline{BC} 上一點 B 直線快跑到 A 點，而且 \overline{AB} 與平面交線 \overline{BC} 的夾角為 60° ，如圖所示。若 $\overline{AB} = 20$ 公尺，則此人在 A 點與水平面的垂直高度為 _____ 公尺。



8. $\vec{a} \times \vec{b} = (0, -2, 1)$, $\vec{a} \times \vec{c} = (3, 0, -1)$ ，且 $|\vec{a}| = 14$ 。則 $\vec{a} =$ _____。(二解)

9. 設四面體中 $A(-1, 3, 3)$, $B(1, 3, 4)$, $C(3, -5, -5)$, $D(1, 1, 4)$, 求 A 到底面 BCD 的高 _____。

10. 在空間座標中, 設 xy 平面為一鏡面, 今有一光線過 $A(3, 1, 2)$ 設向鏡面上的點 P , 經鏡面反射後通過點 $B(8, 6, 3)$, 若 $3\overline{AP} = 2\overline{BP}$, 則 P 點坐標為 _____。

11. 若 $\begin{vmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \\ a & b & c \end{vmatrix} = 36$, 求 $a^2 + b^2 + c^2$ 的最小值為 _____。

12. 四面體 $ABCD$, 設 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 2$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{BD} = \overline{CD} = \sqrt{3}$, 求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} =$ _____。

13. $\triangle ABC$ 中, 設 $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{AC} = 6$, P 是三角形內部一點, 且 P 到 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 三邊的距離為 x 、 y 、 z , 則 (1) x 、 y 、 z 的關係式為 _____。(2) $\frac{7}{x} + \frac{5}{y} + \frac{6}{z}$ 的最小值為 _____。

中山附中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高二數學科 A 卷

一、多選題

1.	2.	3.
(A)(C)(E)	(A)(B)(D)	(B)(C)(D)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{8}{9}$	$-4 \text{ or } 5$	7	36	$-\frac{1}{8}$
6.	7.	8.	9.	10.
$(3, -1, 2)$	$5\sqrt{3}$	$\pm(4, 6, 12)$	$\frac{4\sqrt{85}}{17}$	$(5, 3, 0)$
11.	12.	13.(1)	13.(2)	
16	$\frac{1}{2}$	$7x + 5y + 6z = 12\sqrt{6}$	$\frac{9\sqrt{6}}{2}$	