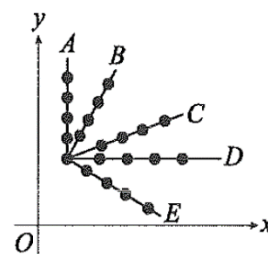


道明高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高一數學科

一、單選題（每題 5 分，共 25 分）

- () 1. 義大利數學家斐波那契曾提出此問題：有 7 位旅人，每個旅人有 7 隻驢，每隻驢背著 7 個袋子，每個袋子裝有 7 個麵包，每個麵包附 7 支小刀。請問旅人、驢、袋子、麵包、小刀，全部加起來總共有幾個？（即旅人+驢+袋子+麵包+小刀=?）（ $7^5 = 16807$ ）
 (1) 19607 (2) 16807 (3) 49 (4) 19705 (5) 19803
- () 2. 第二次月考，Curry 的國文、英文、數學成績分別為 85 分、65 分、75 分，而全班國文、英文、數學的平均成績分別為 76 分、45 分、67 分，標準差分別為 6 分、10 分、8 分，試問 Curry 哪一科在班上考的相對上是最好的？
 (1) 國文 (2) 英文 (3) 數學 (4) 三科一樣好 (5) 無法判斷
- () 3. 一群數字資料依序分別為 9、10、12、19、20、21、23、25、28，若刪去其中一個，可使算數平均數變小，但中位數變大，則刪去的數值為何？
 (1) 10 (2) 12 (3) 19 (4) 20 (5) 23
- () 4. 如圖，將五組數據的散布圖繪製在同一坐標上（A 平行 y 軸，D 平行 x 軸），其相關係數分別為 r_A 、 r_B 、 r_C 、 r_D 、 r_E ，則 r_A 、 r_B 、 r_C 、 r_D 、 r_E 的大小關係為何？
 (1) $r_A > r_B > r_C > r_D > r_E$ (2) $r_B > r_C > r_A = r_D > r_E$
 (3) $r_B > r_C > r_E > r_A = r_D$ (4) $r_B = r_C > r_E > r_A = r_D$
 (5) $r_B = r_C > r_A = r_D > r_E$
- () 5. 已知數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1 = 2$ ， $a_{n+1} = \frac{1+a_n}{1-a_n}$ ($n \geq 1$)，則此數列的前 107 項之乘積 $a_1 \times a_2 \times \dots \times a_{107}$ 為何？
 (1) -3 (2) -1 (3) $\frac{1}{2}$ (4) 3 (5) 5



二、多選題（每題 5 分，共 15 分，5-3-1-0）

- () 1. 設等差數列 $\{a_n\}$ 的公差為 d ，且 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$ 表前 n 項的和。若 $S_{10} < S_{11}$ ， $S_{11} > S_{12}$ ，則下列選項哪些是正確的？
 (1) $d < 0$ (2) $a_1 > 0$ (3) $S_9 > 0$ (4) $S_{23} > 0$ (5) 當 $n = 11$ 時， S_n 有最大值
- () 2. 高一期中考的數學科考 25 格填充，每格 4 分，共 100 分。高一某班 50 人的成績最高分 80 分，平均 48 分，標準差 4 分。經統計，此次考試數學成績 (x) 與英文成績 (y) 的相關係數為 0.75，且英文對數學的迴歸直線為 $y = \frac{3}{2}x + 10$ 。若老師將數學科每格 4 分的計分方式改為每格 5 分來調高數學成績，則下列選項哪些正確？
 (1) 英文的標準差為 8 分 (2) 調整後數學的標準差為 6 分 (3) 調整後數學與英文的相關係數變大
 (4) 調整後英文對數學的迴歸直線之斜率變大 (5) 調整後數學與調整前數學的相關係數大於 0.75
- () 3. 在實數線上，動點 A 從原點開始往正向移動，動點 B 從 8 的位置開始往負向移動。兩個動點每秒移動一次，已知第一秒 A、B 移動的距離分別為 1、4，且 A、B 每次移動的距離分別為其前一次移動距離的 $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍。令 C_n 為 n 秒時 A、B 的中點位置。請選出正確選項。
 (1) $c_1 = \frac{5}{2}$ (2) $c_2 > c_1$ (3) 數列 $\{c_{n+1} - c_n\}$ 是一個等比數列 (4) $C_{10} < 2$ (5) $c_{10} > 2$

三、填充題（每格 5 分，共 60 分）

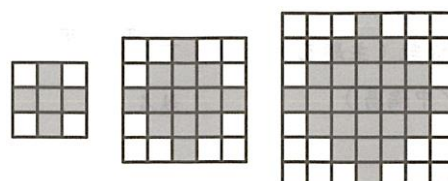
答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	8	16	24	30	36	42	48	54

- 求 $\frac{1^2+2^2+\cdots+50^2}{1+2+\cdots+50} =$ _____。
- 高一某班級有 20 位同學，期末考成績的算數平均數為 61 分，標準差 5 分。發考卷時，老師發現翔平考 40 分確登記為 60 分，於是老師把分數調整回來，則調整後標準差為_____分。（用根號表示即可）
- 變數 x 、 y 的 n 筆數據為 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 \dots 、 (x_n, y_n) ，已知算數平均數 $\mu_x = 6$ 、 $\mu_y = 8$ ，標準差 $\sigma_x = 3$ 、 $\sigma_y = 5$ ，已知 y 對 x 的迴歸直線通過 $(8, 12)$ ，試求 y 對 x 的迴歸直線為_____。
- 有一廠商欲推出一種新產品，在上市前以不同的單價 X （單為：十元）調查市場的需求量 Y （單為：萬盒），調查結果如附表所示。求 X 與 Y 的相關係數為_____。

單價（十元） X	18	19	20	21	22
需求量（萬盒） Y	11	12	10	8	9

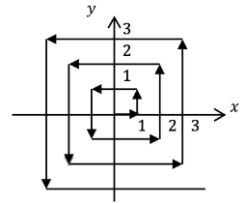
- 有一數列 $\langle a_n \rangle = \langle 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots \rangle$ （正整數 n 出現 n 次），試求 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{30} =$ _____。

- 下圖是在 3×3 ， 5×5 ， 7×7 的方格紙上用黑白兩色所設計出的圖案，若依此規律，則 19×19 的方格紙上共有_____個黑色小方格。



7. 設 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，且 $2a_1 = a_2 \cdot a_3$ ，又 $a_4, \frac{5}{4}, 2a_7$ 成等差數列，則 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 =$ _____。

8. 在坐標平面上， x, y 坐標均為整數的點叫格子點。依右圖所示的順序，每次走一步（一步為一單位），假設大谷從 $(0, 0)$ 出發，則他走 500 步，共轉彎 _____ 次。



四、證明題（共 6 分）

1. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 為遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 3a_{n-1} + 4 \end{cases} (n \geq 2)$ 。使用數學歸納法證明：
對於所有的正整數 n ， $a_n = 3^n - 2$

道明高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高一數學科

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(1)	(2)	(3)	(5)	(4)

二、多選題

1.	2.	3.
(1)(2)(3)(5)	(1)(5)	(1)(4)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{101}{3}$	$\sqrt{46}$	$y = 2x - 4$	$-\frac{4}{5}$	156
6.	7.	8.		
181	30	43		

四、計算題

1.
略