

台南一中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高一數學科

一、多選題（每題 7 分，共 14 分，7-4-1-0）

- () 1. 將 10 種不同的水果依下列情形進行分配，哪些選項中的方法數是正確的？
- (A) 依照 5 種、3 種、2 種分裝進三個相同的禮盒，其方法數共有 $\frac{10!}{5!3!2!}$ 種
- (B) 依照 6 種、2 種、2 種分裝進三個相同的禮盒，其方法數共有 $\frac{10!}{6!2!2!}$ 種
- (C) 分配給三人，其中一人拿 6 種，另外兩人各拿 2 種，其方法數共有 $\frac{10!}{6!2!2!} \times 3$ 種
- (D) 依照 3 種、3 種、2 種、2 種分裝進四個相同的禮盒，其方法數共有 $\frac{C_3^{10} C_3^7 C_2^4 C_2^2}{2!2!}$ 種
- (E) 分配給四人，其中兩人各拿 3 種，另外兩人各拿 2 種，其方法數共有 $\frac{C_3^{10} C_3^7 C_2^4 C_2^2}{2!2!} \times \frac{4!}{2!2!}$ 種
- () 2. 某班級有 63 位學生，國文、英文、數學段考及格的人數分別為 x 、 y 、15 人，且統計後發現此次段考有兩種情形：(1) 班上每位學生國文、英文至少有一科及格，但沒有學生國文、英文皆及格
- (2) 因為數學最難，所以及格人數是三科當中最底的
- 今從全班隨機抽一位學生，下列哪些選項是正確的？
- (A) 抽到三科皆及格的學生機率為 0 (B) 抽到至少一科不及格的學生機率為 $\frac{16}{21}$
- (C) 抽到至少兩科及格的學生機率為 $\frac{5}{21}$ (D) 抽到英文與數學皆及格的學生機率為 p ，則 $\frac{1}{7} \leq p \leq \frac{5}{21}$
- (E) 抽到國文與數學皆及格的學生機率為 q ，則 $\frac{1}{21} \leq q \leq \frac{5}{21}$

二、填充題（每格 5 分，共 70 分）

1. 已知 $P_4^n = 48 C_3^n$ ，則正整數 n 的值為 _____。
2. 得參在夾娃娃機店裡面擺放了一台遊戲機，玩家投 10 元可以玩一次，中獎可得 100 元，沒中獎就遊戲結束，若得參希望平均每位玩家玩 10 次，得參可賺 70 元，則得參設定中獎機率為 _____。
3. 星星牌手機有著 2 億畫素感光元件，透過更多的像素排列達成快速自動對焦。圖 2 為其中 9 個像素，並以四種不同顏色塗像素，但一個像素只能塗一種顏色，若規定相鄰像素不可塗同色，且不考慮圖形旋轉或翻轉的狀況，則圖 2 有 _____ 種塗法。（相鄰像素：任兩個像素以「邊」或「頂點」連接，稱為相鄰像素。例如：圖 1 中當 A 、 B 以「邊」連接， B 、 C 以「頂點」連接）

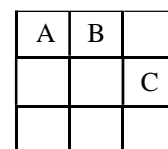


圖 1

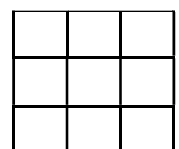
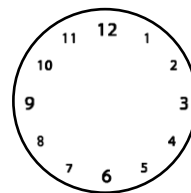


圖 2

4. 若有一個數，其數字由左至右越來越小，則稱此數為「遞減數」，例如：8520 為遞減數。則正整數中，有 _____ 個三位數以上（含三位數）的數是「遞減數」。
5. 已知 k 為實數，將 $\left(kx^3 + \frac{3}{x^2}\right)^5$ 展開合併後其常數項為 6750，則 $k =$ _____。
6. 將「黑特黑特南一中」七個字排成一行，其中「一、中」相鄰但「黑、黑」不相鄰的排列數為 _____。
7. Jisoo、Jennie、Rosé、Lisa 與三位粉絲共七人排成一行拍照，其中 Jisoo、Jennie 不排首位且 Rosé 不排末位的排列數為 _____。
8. 南部近期降雨量減少，因此預計在 2 月 1 日至 2 月 8 日共 8 天任意選擇 3 天停水，則不出現連續兩天停水的機率為 _____。
9. 劉姥姥、賈寶玉、林黛玉、薛寶釵共四人相約一起出遊，因此打算投票選出一個人來規劃行程，每個人只能投一票，最終由最高票的人負責，但因為每個人都不想規劃，因此絕對不會將票投給自己，只會任意投給其他三個人當中的一個，則最終由劉姥姥獨得最高票的機率為 _____。
10. 摩斯電碼是一種早期的數位化通訊形式，將「點 ●」與「划 —」進行排列，不同排列方式代表不同字母。若有 4 個 ● 與 7 個 —，至少取 4 個排成一行，且 4 個 ● 全部都要被使用，則理論上最多可排列出 _____ 種不同的字母。
11. 由三位老師負責上高一課程「自然科探究與實作」，週一至週五每天均需安排兩位老師於同一個班級授課，若每位老師最多授課四天，且只考慮老師哪幾天授課，則這五天有 _____ 種安排方式。

12. 如右圖，若時鐘 1~12 的數字恰為圓的等分點，任取相異四個數字連成一個四邊形，則此四邊形為梯形的機率為_____。



13. 8 顆完全相同的白球任意放入 3 個不同的箱子，每個箱子至少 2 顆白球的機率為_____。

14. 2023 年世界棒球經典賽有古巴、義大利、荷蘭、巴拿馬與臺灣共五支隊伍，任兩支隊伍均要比賽一場且必分勝負，若各隊伍實力相同，則賽事結束後五隊戰績均為兩勝兩敗的機率為_____。

三、混合題與非選擇題（共 16 分）

1. 一個大箱子裡面裝有 2 顆完全相同的白球、2 顆完全相同的紅球、2 顆完全相同的黑球，從箱子中取球兩次，一次取一次且取後不放回，觀察出現的顏色，寫出樣本空間 S 。（5 分）

2. 有九個人參加玻璃橋的遊戲，如右下圖所示，從起點到終點需要經過 A~E 共五個區域，每個區域均由一塊一般玻璃與一塊強化玻璃組成，但外觀上無法分辨，遊戲規則如下：

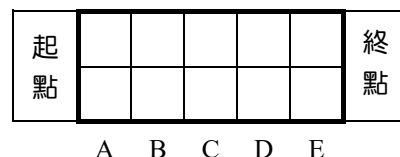
規則一：如果踩到一般玻璃就會碎裂，玩家會掉下去且遭到淘汰，由下一位隊友繼續遊戲

規則二：如果踩在強化玻璃上則繼續遊戲，但為了避免後續的人記錯路線，主持人會將同區域的一般玻璃敲碎（例如：站在 A 區的強化玻璃上時，主持人會將 A 區的一般玻璃敲碎）

試求：(1) 只考慮通過人數，遊戲結束後，抵達終點的人數為四個人的機率為何？（單選題，4 分）

- (A) 1 (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{16}$ (E) $\frac{1}{32}$

- (2) 遊戲開始前，抵達終點的人數期望值為多少人？（非選擇題，7 分）



台南一中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高一數學科

一、多選題

| | |
|-----------|--------|
| 1. | 2. |
| (A)(C)(D) | (A)(C) |

二、填充題

| | | | | |
|-----|-----------------|--------------------|-----------------|---------|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| 11 | $\frac{3}{100}$ | 72 | 968 | ± 5 |
| 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
| 240 | 3120 | $\frac{5}{14}$ | $\frac{5}{27}$ | 792 |
| 11. | 12. | 13. | 14. | |
| 150 | $\frac{8}{33}$ | $\frac{980}{2187}$ | $\frac{3}{128}$ | |

三、計算題

| | | |
|--|-------|----------------|
| 1. | 2.(1) | 2.(2) |
| $S = \{ (白, 白), (紅, 紅), (黑, 黑), (白, 紅), (白, 黑), (紅, 黑), (紅, 白), (黑, 白), (黑, 紅) \}$ | (E) | $\frac{13}{2}$ |