

小港高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 (A 卷)

一、填充題

2022 年於高雄舉辦的臺灣燈會吸引大批遊客前往觀賞，當中無人機的展演更是目光焦點，讓傳統文化與現代元素交互激盪，豐富元宵節的活動。無人機展演的圖樣設計需搭配光影效果才能完美展現，且無人機必須在同一平面上移動，設展演的圖樣「虎嘯迎春」中四台無人機坐標分別為 $A(1, 1, 1)$ 、 $B(1, 2, t)$ 、 $C(4, 5, t)$ 、 $D(3, 4, 5)$ ，其中 t 為實數，試回答下列問題。

- 根據上述資料，滿足題意的 t 值為 _____。
- 若四台無人機原本在同一平面上，後來無人機 B 、 C 移動位置，使得四面體 $A-BCD$ 的體積為 10，問此時 $t =$ _____。
- 已知向量 \vec{a} 、 \vec{b} 及 \vec{c} 所決定的平行六面體之體積為 5，求向量 $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ 、 $4\vec{b} + 5\vec{c}$ 及 \vec{c} 所決定的平行六面體之體積為 _____。
- 已知 $A(2, -1, 3)$ 與 $B(4, 3, -1)$ 為空間中兩點，平面 E 通過 \overline{AB} 的中點且與 \overline{AB} 垂直，求平面 E 的方程式為 _____。
- 設直線 L 通過點 $A(-3, 1, -1)$ 且方向向量為 $\vec{v} = (1, -2, 2)$ 。已知點 $B(0, h, k)$ 在直線 L 上，求數對 $(h, k) =$ _____。

6. 已知兩平面 $x + 4y - z = 3$ 與 $x + ay = 5$ 所夾銳角為 60° ，求 a 的值為 _____。

7. 已知平面 $E: ax + by + cz = 2$ 過點 $A(1, 1, 2)$ 且與兩平面 $E_1: x + y = 0$ 、 $E_2: y + z = 6$ 皆垂直，則序數 $(a, b, c) =$ _____。

8. 設 $\begin{vmatrix} a & e & p \\ b & f & q \\ c & g & r \end{vmatrix} = 5$ ，則 $\begin{vmatrix} q & f & b \\ p & e & a \\ r & g & c \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2b & 2f & 2q \\ 3c & 3g & 3r \\ a & e & p \end{vmatrix} =$ _____。

9. 設 $\vec{u} = (1, 2, 3)$ ， $\vec{v} = (1, 0, -1)$ ， $\vec{w} = (x, y, z)$ 為空間中三個向量，且向量 \vec{w} 與向量 $\vec{u} \times \vec{v}$ 平行。若行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = -12$ ，則 $\vec{w} =$ _____。

10. 若通過 $A(1, 2, 3)$ 、 $B(0, 3, a)$ 、 $C(b, 1, 2)$ 三點的平面與平面 $x - 2y + 3z + 4 = 0$ 平行，其中 a 、 b 為實數，求數對 $(a, b) =$ _____。

11. 空間中兩點 $A(2, 0, 1)$ 、 $B(-1, 1, 2)$ ，若 A 對平面 $ax + by + cz + 1 = 0$ 的對稱點為 B ，求時數 $(a, b, c) =$ _____。

12. 坐標空間中有兩條直線 L_1, L_2 與一平面 E ，其中直線 $L_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{-5}$ ，而 L_2 的參數式為 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ (t 為實數)。若 L_1 落在 E 上，且 L_2 與 E 不相交，則 E 的方程式為 _____。

二、多選題

1. 空間坐標上有兩平面 $E_1: 3x + 4y + 5z = 5$ ， $E_2: 5x - 3y + 4z = 6$ ，若 E_1, E_2 的夾角為 θ ，下列哪些點在 E_1, E_2 的角平分面上？ _____。
- (1) $A(1, 0, 1)$ (2) $B(0, 0, -1)$ (3) $C(2, 4, -1)$ (4) $D(-1, 1, 2)$ (5) $E(3, 1, 7)$
2. 坐標空間中有一平面 P 過 $(0, 0, 0)$ ， $(1, 2, 3)$ 及 $(-1, 2, 3)$ 三點。試選出正確的選項。 _____。
- (1) 向量 $(0, 3, 2)$ 與平面 P 垂直 (2) 平面 P 與 xy 平面垂直 (3) 點 $(0, 4, 6)$ 在平面 P 上
(4) 平面 P 包含 x 軸 (5) 點 $(1, 1, 1)$ 到平面 P 的距離是 1
3. 設坐標空間中三條直線 L_1, L_2, L_3 的方程式分別為 $L_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}$ ； $L_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{3}$ ； $L_3: \frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{3}$ 。試問下列哪些選項是正確的？ _____。
- (1) L_1 與 L_2 相交 (2) L_2 與 L_3 平行 (3) 點 $P(-1, -2, -3)$ 與 $Q(-3, -2, -1)$ 的距離及為 L_2 與 L_3 的距離
(4) 直線 $L: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$ (t 為實數) 與直線 L_1, L_2 垂直 (5) 三直線 L_1, L_2, L_3 共平面
4. 坐標空間中有三直線 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ ， $L_2: \begin{cases} x - 2y + 2z = -4 \\ x + y - 4z = 5 \end{cases}$ ， $L_3: \begin{cases} x = -t \\ y = -2 - t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$ ， t 為實數。
- 請選出正確的選項。 _____。
- (1) L_1 與 L_2 的方向向量互相垂直 (2) L_2 與 L_3 的方向向量互相垂直 (3) 有一個平面同時包含 L_1 與 L_2
(4) 有一個平面同時包含 L_1 與 L_3 (5) 有一個平面同時包含 L_2 與 L_3

小港高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 (A 卷)

一、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
5	$25 \text{ or } -15$	20	$x + 2y - 2z = 3$	$(-5, 5)$
6.	7.	8.	9.	10.
$\frac{7}{23} \text{ or } -1$	$(1, -1, 1)$	35	$(1, -2, 1)$	$(4, 2)$
11.	12.			
$(6, -2, -2)$	$x - 6y + 4z = 0$			

二、多選題

1.	2.	3.	4.
(1)(2)(3)(4)	(3)(4)	(1)(2)(4)(5)	(2)(3)(4)