

道明高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 (A 卷)

一、單選題 (每題 5 分, 共 30 分)

- () 1. 點 $P(x, y, z)$ 在平面 $E: 2x + y - 2z = 2$ 上移動, 求 $\sqrt{(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2}$ 的最小值為
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
- () 2. 點 $P(x, y, z)$ 在直線 $L: \frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-2}$ 上移動, 求 $\sqrt{(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2}$ 的最小值為
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
- () 3. 坐標空間中一質點自點 $P(1, 1, 1)$ 沿著方向 $\vec{a} = (1, 2, 2)$ 等速直線前進, 經過 10 秒後剛好到達平面 $x - y + 3z = 28$, 立即轉向沿著方向 $\vec{b} = (-2, 2, -1)$ 依同樣的速率等速前進。請問在經過幾秒此質點會剛好到達平面 $x = 2$ 上?
 (1) 1 秒 (2) 2 秒 (3) 3 秒 (4) 4 秒 (5) 永遠不會到達
- () 4. 設 A, B 為兩事件, 且 $P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{5}, P(A \cup B) = \frac{1}{3}$, 則 $P(A|B) =$
 (1) $\frac{7}{12}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{5}{36}$ (4) $\frac{5}{24}$ (5) $\frac{61}{91}$
- () 5. 甲、乙兩位警察追捕一嫌犯, 已知甲射擊的命中率為 $\frac{3}{4}$, 乙的命中率為 $\frac{2}{3}$, 今甲、乙兩位警察同時對此嫌犯各開一槍, 且互不影響, 求此嫌犯被擊中的機率為
 (1) 1 (2) $\frac{17}{24}$ (3) $\frac{5}{12}$ (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{11}{12}$
- () 6. 戰國時期, 某日田忌與齊威王相約賭賽馬, 約定五戰三勝制 (不得和局) 且輸者必須給贏者一千金, 若每場比賽結果互不影響。比完三場後, 田忌 1 勝 2 敗, 但賽事因暴雨中止不在比賽, 因此依兩人贏賽機率的比來分配賭金, 則田忌應該付予齊威王多少金? (假設雙方實力相當)
 (1) 100 (2) 250 (3) 500 (4) 750 (5) 1000

二、多選題 (每題 10 分, 共 30 分, 10-6-2-0)

- () 1. 下列各直線中, 請選出和 z 軸互為歪斜線的選項。
 (1) $L_1: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ (2) $L_2: \begin{cases} x = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ (3) $L_3: \begin{cases} z = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$ (4) $L_4: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ (5) $L_5: \begin{cases} x + y = 1 \\ x + z = 1 \end{cases}$
- () 2. E 為空間中過三點 $A(2, -1, 0), B(0, 1, 2), C(-2, 1, 4)$ 的平面, P 在平面 $z = 1$ 上且 P 於 E 之投影點 H 恰與 A, B, C 三點等距離。則下列敘述何者正確?
 (1) E 的方程式為 $x + z = 2$ (2) A, B 的垂直平分面方程式為 $x + 2y - z = 0$
 (3) $H(1, 4, 3)$ (4) $P(-3, -4, 1)$ (5) 點 P 與平面 E 的距離為 $2\sqrt{3}$
- () 3. 袋中有 3 顆紅球、4 顆白球與 1 顆藍球, 其大小階相同。今將袋中的球逐次取出, 每次隨機取出一顆, 取後不放回, 直到所有球被取出為止。試選出正確的選項。
 (1) 「取出的第一顆為紅球」的機率等於「取出的第二顆為紅球」的機率
 (2) 「取出的第一顆為紅球」與「取出的第二顆為紅球」兩者為獨立事件
 (3) 「取出的第一顆為紅球」與「取出的第二顆為白球或藍球」兩者為互斥事件
 (4) 「取出的前三顆皆為同色」的機率小於「取出的前三顆球顏色皆相異」的機率
 (5) 「取出的第二顆為白球的條件下, 第四顆為紅球」的機率小於「取出的第二顆為紅球的條件下, 第四顆為白球」的機率

三、填充題（每格 5 分，共 40 分）

1. 若有一雷射光自 $A(1, 3, 2)$ 射向鏡面 $E: 2x - 2y - z = 21$ 上 P 點，反射後通過點 $B(7, 11, -2)$ ，則 P 點坐標為 _____。
2. 平面 E 包含點 $(2, -1, 2)$ 且與 $x + y - z + 3 = 0$ 與 $2x - y + 3z - 1 = 0$ 兩平面的交線垂直，其平面方程式為 $ax + by + cz = 1$ ，則 $a + b + c =$ _____。
3. 空間上一平面 E 與正 x 軸，正 y 軸與正 z 軸分別交於 A 、 B 、 C 三點。已知 C 點坐標為 $(0, 0, 1)$ ， $\overline{CA} = \overline{CB}$ ，且平面 E 與 xy 平面銳夾角 30° ，平面 E 方程式為 $x + by + cz = d$ ，則 $d =$ _____。
4. 空間中兩歪斜線 $L_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$ ， t 為實數與 $L_2: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = 5 - t \end{cases}$ ， t 為實數，若 P 、 Q 兩點分別在 L_1 、 L_2 上且皆與其公垂線 L 距離為 3，則 P 、 Q 兩點距離為 _____。
5. 投擲一粒公正的骰子三次，設三次點數和 9 點的事件為 A ，三次當中至少出現一次 3 點的事件為 B ，則 $P(A|B) =$ _____。（化為最簡）

6. 2020 年初，世界各地爆發了傳染病「新冠肺炎（COVID-19）」，其可能致死以及對感染者會產生無法回復的後遺症，因而造成人民恐慌，各國相繼研發新冠肺炎的快篩檢測試劑，希望能快速正確檢驗疑似帶原者體內是否真的存在病毒。目前生產的快篩檢驗試劑，其檢測的準確率有其極限，仍有「偽陽性」與「偽陰性」的可能，若檢測正確率不高，會造成大規模的「無感染者誤判確診、已感染者被錯放」的嚴重後果。在醫檢學上，常以「敏感性」、「特異性」來衡量檢測的準確度，敏感性是帶原者中採檢陽性的比例，也可稱為「真陽性」的比例；特異性是非帶原者中採檢陰性的比例，一般簡稱為「真陰性」的比例。受試者是否為帶原者與接受檢測後的採檢結果關係如下表：

		受試者	
		帶原	非帶原
採檢結果	陽性	真陽性	偽陽性
	陰性	偽陰性	真陰性

現有一新的快篩試劑，檢驗帶原者，有 90% 的機率呈現陽性，檢驗非帶原者時，20% 的機率呈現陽性。目前臺灣約有 10% 比例的人為帶原者，若阿凱二次快篩結果皆為陰性，則阿凱為帶原者的機率為 _____。

7. 設 A 、 B 盒子內各有兩個球，其中 A 盒子內有二白球， B 盒子內有一白球一黑球。甲、乙兩人輪流取球，每次先由甲自 A 和盒子內任取一球放入 B 盒內，再由乙自 B 盒內任取一球，放入 A 盒內，這樣的動作完成後稱為一局。求第二局結束時， A 盒內還是二白球的機率為 _____。
8. 小豪站在罰球線投籃，第一球投中之機率為 0.6，之後若前一球中，則下一球的命中旅為 0.7；若前一球不中，則下一球的命中率為 0.4。若小豪連投三球，已知恰中一球，此球是第三球才投進的機率為 _____。

道明高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 (A 卷)

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(2)	(3)	(4)	(1)	(5)
6.				
(3)				

二、多選題

1.	2.	3.
(2)(3)	(1)(4)	(1)(4)(5)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$(10, 1, -3)$	-2	$\sqrt{6}$	6	$\frac{1}{7}$
6.	7.	8.		
$\frac{1}{577}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{8}{21}$		