

新莊高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科(A 卷)

一、單選題

- () 1. 空間中四條直線 $L_1: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$, $L_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$, $L_3: \frac{x-5}{-2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-2}{1}$, $L_4: \frac{x}{4} = \frac{y-3}{6} = \frac{z}{-2}$, 試問下列哪一組直線不共平面?
- (A) L_1 與 L_2 (B) L_1 與 L_3 (C) L_1 與 L_4 (D) L_2 與 L_3 (E) L_3 與 L_4
- () 2. 座標空間中一直點自點 $P(1, 1, 1)$ 沿著方向 $\vec{a} = (1, 2, 2)$ 等素質現前進, 經過 5 秒後剛好到達平面 $x + y - 2z = 5$ 上, 立即轉沿著方向 $\vec{b} = (-2, -1, 2)$ 依同樣的速率等直線前進。請問再經過幾秒此質點會剛好到達平面 $x = 2$ 上?
- (A) 1 秒 (B) 2 秒 (C) 3 秒 (D) 4 秒 (E) 永遠不會到達

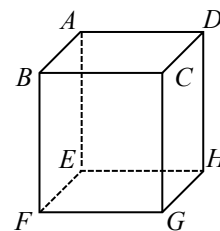
二、多選題

- () 1. 設坐標空間中三條直線 L_1 、 L_2 、 L_3 的方程式分別為 $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{6} = \frac{z+4}{8}$ 、 $L_2: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+4}{4}$ 、 $L_3: \frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$, 試問下列哪些選項是正確的?
- (A) L_1 與 L_2 不相交 (B) L_2 與 L_3 平行
(C) 點 $P(0, -3, -4)$ 與 $Q(0, 0, 0)$ 的距離即為點 P 到 L_3 的最短距離
(D) 直線 $L: \begin{cases} x = 0 \\ \frac{y+3}{4} = \frac{z+4}{-3} \end{cases}$ 與直線 L_1 、 L_2 皆垂直 (E) 三直線 L_1 、 L_2 、 L_3 共平面
- () 2. 已知直線 $L: \frac{x+4}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$, 試問直線 L 與下列哪些相交?
- (A) x 軸 (B) yz 平面 (C) xy 平面 (D) y 軸 (E) 平面 $2x - y - z + 18 = 0$
- () 3. 下列哪些選項中的矩陣經過一系列的列運算後可以化成 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$?
- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -7 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$
(D) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 6 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

三、填充題

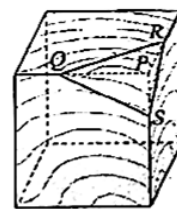
1. 設 $\triangle ABC$ 的三頂點坐標分別為 $A(-2, 7, 15)$ 、 $B(1, 16, 3)$ 、 $C(10, 7, 3)$, 則:
- (1) 通過 A 、 B 、 C 三點的平面方程式為 _____。
- (2) $\triangle ABC$ 的外心坐標為 _____。
2. 坐標空間中 $\triangle ABC$ 的三頂點坐標為 $A(2, -3, 5)$ 、 $B(3, 0, 10)$ 、 $C(x, y, 0)$, 則使 $\triangle ABC$ 周長最小的 C 點坐標為 _____。

3. 如右圖所示， $ABCD-EFGH$ 為一長方體。若平面 BDG 上一點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD} + a\overrightarrow{AE}$ ，則實數 $a =$ _____。



4. 有一光束由點 $P(4, 2, 1)$ 前進到鏡面 M 上的點 $A(1, 2, -3)$ 反射後，通過另一點 $Q(7, -6, 3)$ ，試求鏡面 M 的方程式為 _____。

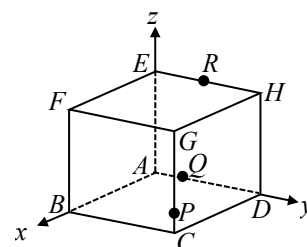
5. 阿亮將一個邊長為 8 公分的正立方體木塊，沿 Q 、 R 、 S 三點鋸下四面體 $PQRS$ (如右圖)，剩下的木塊以截面 QRS 為底放在地上，已知 $\overline{PQ} = 4$ 公分、 $\overline{PR} = 2$ 公分、 $\overline{PS} = 3$ 公分，試求此時木塊的高度為 _____ 公分。



6. 已知兩歪斜線 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ ， $L_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4}$ ，則：

- (1) 包含 L_2 且與 L_1 平行的平面 E 方程式 _____。
- (2) L_1 與 L_2 之間的公垂線段長為 _____。

7. 如下圖，在坐標空間中， A, B, C, D, E, F, G, H 為正方體的八個頂點，已知其中四個點的坐標 $A(0, 0, 0)$ 、 $B(6, 0, 0)$ 、 $D(0, 6, 0)$ 及 $E(0, 0, 6)$ ， P 在 \overline{CG} 上且 $\overline{CP} : \overline{PG} = 1 : 5$ ， R 在 \overline{EH} 上且 $\overline{ER} : \overline{RH} = 1 : 2$ ， Q 在 \overline{AD} 上。若空間中通過 P 、 Q 、 R 這三點的平面，與直線 AG 不相交，則 Q 點的 y 坐標為 _____。



8. 坐標空間中，平面 $x - y + 2z = 3$ 上有兩相異直線 $L: \frac{x}{2} - 1 = 2y + 1 = -3z$ 與 L' 。已知 L 也在另一平面 E 上，且 L' 在 E 的投影與 L 重合。則 E 的方程式為 _____。

9. 下列演算式是有關 x, y, z 方程組的列運算 $\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 3 & 10 \\ 1 & -2 & -2 & 1 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & a & 10 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & -2 & 1 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & a & 10 \\ 0 & b & -7 & -17 \\ 0 & -1 & -5 & -9 \end{array} \right]$
 $\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & a & 10 \\ 0 & 1 & 5 & c \\ 0 & 3 & -7 & -17 \end{array} \right] \rightarrow \dots$ ，試問式中序組 $(a, b, c) =$ _____。

10. 線性方程組 $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ x - y = 6 \\ x - 2y - z = 8 \end{cases}$ 經高斯消去法計算後，其增廣矩陣可化簡為 $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a & b \\ 0 & 1 & c & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$ ，則數對 $(a, b, c, d) =$ _____。

11. 設實數 $a > 0$ 。若 x, y 的方程組 $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - 2y = a \\ 3x - ay = 2 \end{cases}$ 有解，則 $a =$ _____。

新莊高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科(A 卷)

一、單選題

1.	2.
(D)	(C) (送分)

二、多選題

1.	2.	3.
(B)(D)(E)	(A)(B)(C)	(A)(D)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	
$x + y + z = 20$	$(3, 9, 8)$	$\left(\frac{7}{3}, -2, 0\right)$	$-\frac{7}{2}$	
5.				
$\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{\sqrt{34}}\right)x - \frac{4}{\sqrt{34}}y + \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{\sqrt{34}}\right)z = -\frac{9}{5} - \frac{14}{\sqrt{34}}$ 或 $(15 + 3\sqrt{34})x - 20y + (15 + 4\sqrt{34})z = -70 - 9\sqrt{34}$				
6.	7.	8.	9.	10.
$\frac{92\sqrt{61}}{61}$	$7x - y - 5z + 10 = 0$	$\frac{6\sqrt{3}}{5}$	$\frac{10}{11}$	$4x - 26y - 15z = 21$
11.	12.	13.		
$(3, 3, 9)$	$(1, 4, 1, -2)$	2		