家齊高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科(A 卷)

一、單選題（每題 4 分，共 12 分）

(　　) 1. 設空間直線 L: $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$，下列哪一個平面與 L 平行？

(A) $2x-y+z=1$　(B) $x-3y-3z=2$　(C) $3x-y+2z=1$

(D) $x+y-z=2$　(E) $x-3y+z=1$

(　　) 2. 空間中，下列哪一個平面與 xz 平面的銳夾角最大？

(A) $2x-3y+6z=1$　(B) $3x+2y-6z=2$　(C) $3x-6y+2x=3$

(D) $2x+y-2z=4$　(E) $2x-2y+z=5$

(　　) 3. 擲一粒公正骰子三次，觀察其點數，在至少出現一次三點的條件下，三次點數乘積為奇數的機率為何？

(A) $\frac{19}{91}$　(B) $\frac{27}{91}$　(C) $\frac{37}{91}$　(D) $\frac{46}{91}$　(E) $\frac{64}{91}$

二、多選題（每題 6 分，共 18 分，6−4−2−0）

(　　) 1. 空間座標中，下列哪些與 L: $\frac{x-4}{1}=\frac{y-5}{2}=\frac{z-6}{3}$ 為同一條直線？

(A) $\frac{x}{-2}=\frac{y}{-4}=\frac{z}{-6}$　(B) $6x-12=3y-3=2z$　(C) $\begin{cases} x=5-t \\ y=7-2t \\ z=9 \end{cases}$，$t\in R$

(D) $\begin{cases} 2x-3y+2z=5 \\ 3x+4y-5z=2 \end{cases}$　(E) $\begin{cases} 3y-2z=3 \\ 5x+2y-3z=12 \end{cases}$

(　　) 2. 一袋中有相同大小的紅球 6 顆，白球 4 顆，今一次取一球，取後不放回，設第 k 次取到紅球的事件為 A_k，下列敘述何者正確？

(A) $P(A_3')=P(A_6')$　(B) $P(A_2\cap A_4)>P(A_3\cap A_5)$　(C) $P(A_4'\mid A_7)=P(A_7\mid A_4')$

(D) $P(A_4\mid A_1)=P(A_5\mid A_1)$　(E) $P(A_2\mid A_4)>P(A_2\mid A_5)$

(　　) 3. 在現代的通訊系統中，我們所要傳遞的資訊皆以位元（*bit*）編碼後再以電磁波傳輸出去。位元分為 0 與 1 兩種，設某系統傳出去的資料中，傳 0 的機率為 $\frac{1}{3}$，傳 1 的機率為 $\frac{2}{3}$。在傳輸過程中，由於高樓大廈的屏蔽、天氣，其他無法預期的影響所造成的雜訊，將使得接收端解出來的位元和原先傳輸的位元有所出入。根據圖幾，若傳送端傳 0，則接收端錯解成 1 的機率為 $\frac{1}{3}$，若傳送端傳 1，則接收端錯解成 0 的機率為 $\frac{1}{4}$。試問下列何者正確？

(A) 接收端解成 0 的機率為 $\frac{7}{18}$　(B) 接收端解成 1 的機率為 $\frac{13}{18}$

(C) 若接收端解成 0，則傳送端傳 1 的機率為 $\frac{4}{7}$　(D) 若接收端解成 1，則傳送端傳 0 的機率為 $\frac{2}{11}$

(E) 若接收端解錯元的機率為 $\frac{47}{77}$

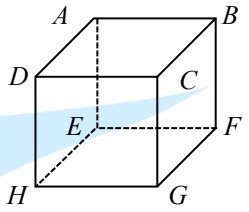
三、填充題（每格 6 分，共 60 分）

1. 若 A、B 是獨立事件，且已知 $P(A\mid B')=0.3$，$P(A\cup B)=0.8$，求 $P(B)=$ _____ 。

2. 甲乙丙三人進行射擊遊戲，根據經驗，甲平均每 5 發會中 4 發，乙平均每 4 發會中 3 發，丙平均每 3 發會中 2 發，今三人對同一靶各射一槍，射擊結果互不影響。

(1) 此靶恰中一槍的機率為 _____ 。(2) 在此靶中一槍的條件下，由甲射中的機率為 _____ 。

3. 如圖，$ABCD-EFGH$ 為一長方體，其中 $\overline{AB}=1$，$\overline{AD}=2$，$\overline{AE}=3$。已知平面 ACH 與平面 BEG 互相平行，則此兩平面的最短距離為 _____ 。



4. 空間中，已知平面 $E: x+ay+bz=c$ 包含點 $A(1,0,-1)$ 及直線 $L: \frac{x}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+2}{1}$，則數對 $(a,b,c)=$ _____ 。

5. 兩平行線 $L_1: \frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$ 與 $L_2: \frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{2}$ 的距離為 _____ 。

6. 空間中，已知直線 $L_1: \frac{x+2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+3}{-2}$ 與直線 $L_2: \frac{x-5}{-3}=\frac{y+3}{a}=\frac{z+7}{1}$ 相交，求 $a=$ _____ 。

7. 空間中，設直線 L: $\frac{x+1}{a}=\frac{y-1}{b}=\frac{z+3}{7}$ 在平面 E 上，$A(1,-2,3)$ 為平面 E 外一點。若 A 到的投影點為 $(-1,1,-3)$，A 到平面 E 的投影點為 $(2,0,1)$，則數對 $(a,b)=$ _____ 。

8. 空間中兩歪斜線 L_1: $\frac{x-5}{3}=\frac{y+7}{-6}=\frac{z-1}{-2}$ 與 L_2: $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z+5}{2}$ 的距離為 _____ 。

9. 根據拓墣產業研究院調查，2018 年上半年全球晶圓代工市占率排名，台積電以 56.1%高市佔率遙遙領先其他對手。他們之所以能獨霸一方，除了先進的製程之外，台積電生產的晶片有讓人望塵莫及的良率。假設某個 CPU 有一億顆電晶體，每顆電晶體能成功運作的機率（電晶體良率）為 $1-10^{-n}$（n 為正整數），只要有一顆電晶體無法運作成功，這個 CPU 就不能運作成功。若要讓這顆 CPU 成功運作的機率超過 99%，則 n 的最小值為 _____ 。（已知 $\log 0.99=-0.00436$，且當 $n\geq 5$ 時，$\log(1-10^{-n})\approx -4.343\times 10^{-n-1}$）

四、混合題（共 10 分）

傳言家齊高中有個秘密組織「戀愛顧問團」，專門替學生解決各種戀愛問題。為了讓推論更有一句，代號 X 的神秘首領列出了五個指標：

B_1：傳訊息後，對方會在 5 分鐘之內回覆我

B_2：放學後對方會跟我說再見

B_3：IG 都會替我按愛心

B_4：對方會答應我的邀約（ex：一起吃晚餐）

B_5：對方讓我協助生活小事（ex：買早餐、代抄筆記、借充電線，江湖人稱工具人）

一般而言，來詢問戀愛問題的學生，多半是想判別以下兩件事：

A_1：對方喜歡我，朝戀人關係邁入

A_2：對方僅當我是朋友

假設 $A_1 \cap A_2 = \emptyset$，$P(A_1) + P(A_2) = 1$，且無論在 A_1 還是 A_2 發生的條件下，B_1、B_2、B_3、B_4、B_5 發生與否為獨立事件，例如：$P(B_1 \cap B_2 \mid A_1) = P(B_1 \mid A_1) \times P(B_2 \mid A_1)$。首領請組織成員事先發佈問卷，整理出以下結果：

事件（戀愛指標）	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
在 A_1 下發生該事件的條件機率	0.55	0.55	0.57	0.6	0.52
在 A_2 下發生該事件的條件機率	0.5	0.45	0.42	0.4	0.5

小育發現他和小君最近一個月相處下來，和以前有些不同。小育想知道小君到底是不是喜歡上了他，死黨小宸知道此事之後，便遞給他一張「練愛故問團」的名片。某天早上，小育終於拉著小宸，鼓起勇氣來到與顧問團約定的地點。神秘首領 X 一問之下，發現上述的五個指標中，B_1 和 B_2 有發生，B_3、B_4、B_5 皆不清楚。試回答下列問題：

1. 根據小育的感覺，在這個月之前，小君喜歡他的機率 $P(A_1) = 0.4$，經過這個月後，在小君會在 5 分鐘內回覆訊息（B_1），且放學都會和他說再見（B_2） 的條件下，求則小君喜歡他的機率變為多少？（6 分）

和小育一起來的同學小宸，看著科學化的分析也深深著迷，便把自己的煩惱也說了出來……

小宸：「我最近約小雲吃晚餐，約他三次他都說有事要先回家，一定是剛好吧！我相信小雲是喜歡我的！」

首領 X：「在約他之前，你認為他喜歡你的機率大概是多少？」

小宸：「我覺得差不多事 0.6 吧！」

首領 X：「恩…我來幫你算算看，三次都被拒絕實在不太妙啊…」

2. 假設三次邀約對方拒絕與否為獨立事件，在知道三次都被小雲拒絕（B_4'）後，小雲喜歡小宸的機率是多少？（4 分）

在首領 X 告訴小宸答案後，小宸腦海中響起了熟悉的旋律「以後別做朋友，朋友不能牽手…」

家齊高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科(A 卷)

一、單選題

1.	2.	3.
(D)	(B)	(A)

二、多選題

1.	2.	3.
(B)(E)	(A)(D)	(A)(D)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{6}{7}$	$(1,1,0)$
6.	7.	8.	9.	10.
$\sqrt{17}$	4	$(-6,10)$	7	10

四、計算題

1.	2.
$\frac{121}{256}$	$\frac{3}{14}$