

台南一中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 (A 卷)

一、多選題 (每題 8 分, 共 16 分, 8-6-4-2-0)

() 1. 設 a 、 b 為實數, 關於三元一次方程組 $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ x + 3y - 2z = 1 \\ x + (a + 2)y + (b - 2)z = -3 \end{cases}$ 的敘述, 下列何者正確?

- (A) 若此方程組有解, 則 $a - b \neq 1$ (B) 若 $a - b = 1$, 則此方程組有無限多解
 (C) 若此方程組無限多解, 則 $a = -3$ (D) 若此方程組無解, 則 $a \neq -3$
 (E) 若此方程組無解, $b \neq -4$

() 2. 設 k 為非零實數, 關於直線 $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ 與直線 $L_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{k} = \frac{z+2}{1}$ 的敘述, 下列何者正確?

- (A) 存在 k 值, 使得兩直線 L_1 、 L_2 互相平行 (B) 存在 k 值, 使得兩直線 L_1 、 L_2 互相垂直
 (C) 存在 k 值, 使得兩直線 L_1 、 L_2 恰交一點 (D) 存在 k 值, 使得直線 L_2 與 x 軸有交點
 (E) 存在 k 值, 使得直線 L_2 平行 xy 平面

三、填充題 (共 74 分)

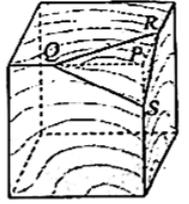
1. 自原點作平面 E 的垂線, 且垂足為點 $P(-1, 3, 2)$, 則平面 E 之方程式為 _____。

2. 若 θ 為平面 $x + y + \sqrt{2}z = 1$ 與 xz 平面之銳夾角, 則 $\theta =$ _____。

3. 設 a 、 b 、 c 、 d 為實數, 已知空間坐標中直線 L 的方程式為 $\begin{cases} x + ay + bz + 23 = 0 \\ 2x + 4y - z - 3 = 0 \end{cases}$, 若其參數可表示為 $\begin{cases} x = -4 + ct \\ y = d + 5t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$, $t \in R$, 則數對 $(a, b) =$ _____。

4. 點 $(2, 1, -7)$ 到直線 $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+4}{-1}$ 的距離為 _____。

5. 如右圖，蘇伯將一個稜邊長為 10 的正立方體木塊，沿 Q 、 R 、 S 三點鋸下四面體 $PQRS$ ，剩下的木塊以截面 QRS 為底置於地面上，若 $\overline{PQ} = 8$ ， $\overline{PR} = 4$ ， $\overline{PS} = 4$ ，則此時木塊的高度為 _____。



6. 空間中兩直線 $L_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-3}{2}$ 與 $L_2: \begin{cases} 6x - y - 2z = 14 \\ 4x - y - z = 10 \end{cases}$ 的公垂線段為 \overline{PQ} ，則 \overline{PQ} 的中點坐標為 _____。

7. 設 k 為實數，以之三元一次方程組 $\begin{cases} x + y - z = 1 + k \\ 2x + 3y - 4z = 3 + 2k \\ x - 2y + 5z = 2 - k \end{cases}$ 有解，若 $x = \alpha$ ， $y = \beta$ ， $z = \gamma$ 為此方程組之解，則 $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 之最小值為 _____。

8. 空間中有一雷射光線經點 $A(3, 3, -2)$ 射向平面 E 上一點 $B(1, 1, -3)$ ，經反射後通過點 $C(5, 13, -6)$ ，則平面 E 之方程式為 _____。

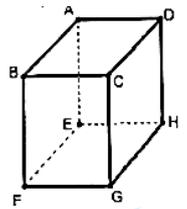
9. 空間坐標中有一稜邊長為 6 的正四面體 $ABCD$ ，已知 B 、 C 、 D 三點皆在平面 $2x - y + z = 3$ 上，若 $\triangle BCD$ 的重心為 $G(3, 4, 1)$ ，且 A 點在第一卦限內，則 A 點坐標為 _____。

10. 已知空間中三點 $A(1, -2, 0)$ 、 $B(2, 1, 9)$ 、 $C(3, -3, 4)$ ，則 $\triangle ABC$ 的外心坐標為 _____。

11. 一平面 E 過二點 $A(-3, -2, 1)$ 、 $B(1, 2, 1)$ ，且與平面 $y - z = 5$ 之銳夾角為 60° ，則平面 E 之方程式為 _____。(兩解)

12. 如右圖，一長方體 $ABCD-EFGH$ ，若直線 $\overrightarrow{BC} : \frac{x+6}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+4}{-2}$ ，直線 $\overrightarrow{FH} : \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{1}$ ，點 $H(2, -3, 1)$ ，則：

(1) \overline{BF} 長為 _____。(2) 長方體 $ABCD-EFGH$ 的體積為 _____。



13. 空間中有一平面 $E: x - y + z + 2 = 0$ 及一直線 $L_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ ，已知平面 E 上有一直線 L_2 ，若 $L_1 // L_2$ 且兩直線之距離為 $\sqrt{30}$ ，則直線 L_2 的對稱比例為 _____。(兩解)

台南一中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 (A 卷)

一、多選題

1.	2.
(3)(4)(5)	(1)(4)

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	6	12	18	24	30	36	41	46	51	56	61	66	70	74

1.	2.	3.	4.	5.
$x - 3y - 2z = -14$	60°	$(-12, 17)$	$\frac{5\sqrt{2}}{3}$	14
6.	7.	8.	9.	10.
$(2, 1, \frac{3}{2})$	5	$19x + 31z + 2z = 44$	$(7, 2, 3)$	$(0, \frac{3}{2}, 4)$
11.	12.(1)	12.(2)	13.	
$x - y = -1$ or $x - y - 4z = -5$	$3\sqrt{14}$	126	$\frac{x-3}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-1}$ or $\frac{x+3}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$	