

# 前鎮高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 (A 卷)

## 一、單選題 (每題 5 分, 共 30 分)

- ( ) 1. 已知一直線  $L$  垂直一平面  $E$ , 且  $L$  的方向向量為  $\vec{v}$ 。若  $P、P_0$  為平面  $E$  上的任二點, 則  $\vec{v} \cdot \overrightarrow{PP_0} = ?$   
 (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 2 (E) 不一定, 此值隨著  $P、P_0$  不同而不同
- ( ) 2. 已知  $a、b$  為整數且行列式  $\begin{vmatrix} 5 & 0 & a \\ 0 & 7 & 0 \\ b & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$ , 則  $|a + b|$  的值為?  
 (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8
- ( ) 3. 空間坐標中, 點  $P(6, 1, 5)$  投影到直線  $L$  的投影點坐標為  $Q(2, 3, -1)$ , 若下列的選項中恰有一個是  $L$  的比例式, 請問是哪一個?  
 (A)  $\frac{x-6}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-5}{-2}$  (B)  $\frac{x-6}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{-1}$  (C)  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{1}$   
 (D)  $\frac{x-6}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{-3}$  (E)  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{-1}$
- ( ) 4. 下列哪一個平面, 與平面  $2x - y + z + 3 = 0$  的銳交角 (銳夾角) 最大?  
 (A)  $-x - \sqrt{2}y + z + 1 = 0$  (B)  $\sqrt{2}x + y + z + 2 = 0$  (C)  $-\sqrt{2}x + y + z + 3 = 0$   
 (D)  $x - \sqrt{2}y + z + 4 = 0$  (E)  $x + \sqrt{2}y + z + 5 = 0$
- ( ) 5. 九位學生的數學抽考成績分別為: 30, 40, 60, 50, 70, 80, 90, 90, 60, 從這九個分數中任意取出三個, 若已知所取出的三個分數中有一個為 70 分, 則在此條件之下, 此三個分數的中位數為 60 分的條件機率為何?  
 (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{1}{6}$  (E)  $\frac{1}{7}$
- ( ) 6. 設  $\triangle ABC$  的三邊長為  $a、b、c$  且三內角的度數為  $\alpha、\beta、\gamma$ , 若  $x = \begin{vmatrix} a & a^2 & \sin \alpha \\ b & b^2 & \sin \beta \\ c & c^2 & \sin \gamma \end{vmatrix}$ , 試求  $\cos x = ?$   
 (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D)  $\frac{1}{2}$  (E)  $-\frac{1}{2}$

## 二、多選題 (每題 5 分, 共 25 分, 5-3-1-0)

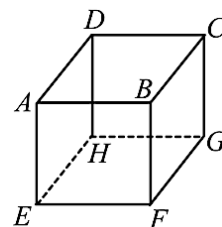
- ( ) 1. 甲乙解一數學問題, 甲能解出的機率為  $\frac{2}{5}$ , 乙能解出的機率為  $\frac{1}{2}$ , 今兩人同解一數學問題, 兩人解題互不影響, 則下列個事件機率哪些正確?  
 (A) 兩人均解出的機率為  $\frac{1}{5}$  (B) 兩人均沒解出的機率為  $\frac{1}{5}$  (C) 至少有一人解出的機率為  $\frac{7}{10}$   
 (D) 恰一人解出的機率為  $\frac{1}{2}$  (E) 若已知至少有一人解出, 則其為甲解出的機率為  $\frac{2}{7}$
- ( ) 2. 將行列式  $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & x & 2 \\ 1 & 2 & x \end{vmatrix}$  展開得到多項式  $f(x)$ 。下列有關  $f(x)$  的敘述, 哪些是正確的?  
 (A)  $f(x)$  是一個三次多項式 (B)  $f(0) = 0$  (C)  $f(1) = 0$  (D)  $f(-3) = 0$   
 (E) 若  $g(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 + \pi x & x + \pi & 2 + 2\pi \\ 1 & 2 & x \end{vmatrix}$ , 則  $g(x)$  有  $(x - 2)$  的因式
- ( ) 3. 設  $A、B$  樣本空間  $S$  中的兩事件, 已知  $P(A) = \frac{2}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1}{5}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{4}{5} + x$ , 則下列敘述哪些是正確的?  
 (A) 若  $A$  與  $B$  為互斥事件, 則  $x = 0$  (B) 若  $A$  與  $B$  為獨立事件, 則  $x = -\frac{1}{5}$   
 (C)  $P(A \cup B)$  的值有可能為 1 (D)  $P(B|A)$  之值有可能為 0 (E)  $P(A|B)$  之值有可能為 1

- ( ) 4. 空間中有相異兩點  $P$ 、 $Q$ ，其中  $P$  點坐標為  $(r, s, t)$ 。已知線段  $\overline{PQ}$  的垂直平分面  $E$  的方程式為  $x + 2y + 2z = 0$ ，試問下列哪些選項是正確的？
- (A) 向量  $\overrightarrow{PQ}$  與向量  $(1, 2, 2)$  垂直 (B) 線段  $\overline{PQ}$  的長度等於  $2 \times \frac{|r+2s+2t|}{3}$
- (C)  $Q$  點的坐標有可能為  $(4, -1, -1)$  (D) 過  $Q$  點且與平面  $E$  平行的平面必過點  $(-r, -s, -t)$
- (E) 設  $O$  為原點，則向量  $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$  與向量  $\overrightarrow{PQ}$  的內積必為 0
- ( ) 5. 設  $E_1: x - 2y + az = 10$ 、 $E_2: 2x - 4y + 8z = 4$ 、 $E_3: 2x - 5y + 4z = 4$  為空間坐標的三個平面，試問下列哪些選項是正確的？
- (A) 存在實數  $a$  使得  $E_1$  與  $E_2$  平行 (B) 存在實數  $a$  使得  $E_1$  與  $E_2$  垂直
- (C) 存在實數  $a$  使得  $E_1$  與  $E_2$  重合 (D) 存在實數  $a$  使得  $E_1$  與  $E_3$  平行
- (E) 存在實數  $a$  使得直線  $L: \begin{cases} 2x - 4y + 8z = 4 \\ 2x - 5y + 4z = 4 \end{cases}$  落在  $E_1$  上

### 三、填充題（每格 5 分，共 45 分）

- 求點  $A(5, 8, 8)$  到平面  $E: 2x - y + 2z + 1 = 0$  的距離為 \_\_\_\_\_。
- 空間中有兩點分別為  $A(1, 0, 1)$ 、 $B(3, -1, 2)$ ，試求  $\overline{AB}$  的垂直平分面方程式為 \_\_\_\_\_。
- 一直線  $L$  上有兩點分別為  $A(5, 1, 0)$ 、 $B(3, 3, 4)$ ，若此直線  $L$  的比例式為  $\frac{x-8}{1} = \frac{y-b}{-1} = \frac{z-c}{a}$ ，則  $a + b + c =$  \_\_\_\_\_。
- 設坐標空間中四點  $A(2, 0, -1)$ 、 $B(3, 1, 4)$ 、 $C(-2, 5, 2)$ 、 $D(1, 4, -3)$ ，求  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AD}$  所決定的平行六面體體積為 \_\_\_\_\_。

5. 設  $A(1, 1, -1)$ 、 $B(2, 1, 0)$ 、 $C(0, 2, 1)$ 、 $D(3, 2, a)$  為空間中四點，已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  落在同一平面上，求實數  $a$  的值為 \_\_\_\_\_。
6. 甲、乙兩選手參加 3 戰 2 勝制（即先勝 2 局者贏得比賽）的桌球比賽（假設無和局的狀況）。已知甲、乙比賽時，甲單局獲勝的機率為  $\frac{3}{4}$ ，求甲贏得比賽的機率為 \_\_\_\_\_。
7. 空間中有三點  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ，已知  $A(1, 2, 4)$ ， $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (3, 2, -1)$ ， $L$  為過  $A$  點且與平面  $ABC$  垂直的直線，則  $L$  與  $xy$  平面的交點為 \_\_\_\_\_。
8. 喬巴站在數線的原點處，今騙人布投擲一公正骰子，若出現點數為 3 或 4 或 5 或 6，則喬巴往正向移動三單位，若出現點數 1 或 2，則喬巴往負向移動一單位。試求若騙人布投擲骰子四次後，喬巴停在原點的機率為 \_\_\_\_\_。
9. 如圖， $ABCD-EFGH$  為正立方體，其中直線  $\overrightarrow{AC}$  的比例式為  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ ，直線  $\overrightarrow{FH}$  的比例式為  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$ 。試問：此正立方體的邊長為 \_\_\_\_\_。



## 前鎮高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 (A 卷)

### 一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(A)	(D)	(D)	(A)	(B)
6.				
(B)				

### 二、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(A)(C)(D)(E)	(A)(C)(D)(E)	(D)(E)	(B)(D)(E)	(A)(B)

### 三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{19}{3}$	$2x - y + z = 6$	$-10$	88	4
6.	7.	8.	9.	
$\frac{27}{32}$	$(13, 10, 0)$	$\frac{8}{81}$	$3\sqrt{30}$	