

前鎮高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 (A 卷)

一、單選題 (每題 5 分, 共 30 分)

- ( ) 1. 已知一直線  $L$  垂直一平面  $E$ , 且  $L$  的方向向量為  $\vec{v}$ . 若  $P、P_0$  為平面  $E$  上的任二點, 則  $\vec{v} \cdot \overrightarrow{PP_0} = ?$   
 (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 2 (E) 不一定, 此值隨著  $P、P_0$  不同而不同
- ( ) 2. 已知  $a、b$  為整數且行列式  $\begin{vmatrix} 5 & 0 & a \\ 0 & 7 & 0 \\ b & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$ , 則  $|a + b|$  的值為?  
 (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8
- ( ) 3. 空間坐標中, 點  $P(6, 1, 5)$  投影到直線  $L$  的投影點坐標為  $Q(2, 3, -1)$ , 若下列的選項中恰有一個是  $L$  的比例式, 請問是哪一個?  
 (A)  $\frac{x-6}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-5}{-2}$  (B)  $\frac{x-6}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{-1}$  (C)  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{1}$   
 (D)  $\frac{x-6}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{-3}$  (E)  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{-1}$
- ( ) 4. 下列哪一個平面, 與平面  $2x - y + z + 3 = 0$  的銳交角 (銳夾角) 最大?  
 (A)  $-x - \sqrt{2}y + z + 1 = 0$  (B)  $\sqrt{2}x + y + z + 2 = 0$  (C)  $-\sqrt{2}x + y + z + 3 = 0$   
 (D)  $x - \sqrt{2}y + z + 4 = 0$  (E)  $x + \sqrt{2}y + z + 5 = 0$
- ( ) 5. 九位學生的數學抽考成績分別為: 30, 40, 60, 50, 70, 80, 90, 90, 60, 從這九個分數中任意取出三個, 若已知所取出的三個分數中有一個為 70 分, 則在此條件之下, 此三個分數的中位數為 60 分的條件機率為何?  
 (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{1}{6}$  (E)  $\frac{1}{7}$
- ( ) 6. 設  $\triangle ABC$  的三邊長為  $a、b、c$  且三內角的度數為  $\alpha、\beta、\gamma$ , 若  $x = \begin{vmatrix} a & a^2 & \sin \alpha \\ b & b^2 & \sin \beta \\ c & c^2 & \sin \gamma \end{vmatrix}$ , 試求  $\cos x = ?$   
 (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D)  $\frac{1}{2}$  (E)  $-\frac{1}{2}$

二、多選題 (每題 5 分, 共 25 分, 5-3-1-0)

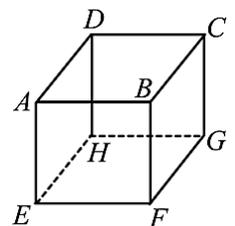
- ( ) 1. 甲乙解一數學問題, 甲能解出的機率為  $\frac{2}{5}$ , 乙能解出的機率為  $\frac{1}{2}$ , 今兩人同解一數學問題, 兩人解題互不影響, 則下列個事件機率哪些正確?  
 (A) 兩人均解出的機率為  $\frac{1}{5}$  (B) 兩人均沒解出的機率為  $\frac{1}{5}$  (C) 至少有一人解出的機率為  $\frac{7}{10}$   
 (D) 恰一人解出的機率為  $\frac{1}{2}$  (E) 若已知至少有一人解出, 則其洽為甲解出的機率為  $\frac{2}{7}$
- ( ) 2. 將行列式  $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & x & 2 \\ 1 & 2 & x \end{vmatrix}$  展開得到多項式  $f(x)$ . 下列有關  $f(x)$  的敘述, 哪些是正確的?  
 (A)  $f(x)$  是一個三次多項式 (B)  $f(0) = 0$  (C)  $f(1) = 0$  (D)  $f(-3) = 0$   
 (E) 若  $g(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 + \pi x & x + \pi & 2 + 2\pi \\ 1 & 2 & x \end{vmatrix}$ , 則  $g(x)$  有  $(x - 2)$  的因式
- ( ) 3. 設  $A、B$  樣本空間  $S$  中的兩事件, 已知  $P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{1}{5}, P(A \cup B) = \frac{4}{5} + x$ , 則下列敘述哪些是正確的?  
 (A) 若  $A$  與  $B$  為互斥事件, 則  $x = 0$  (B) 若  $A$  與  $B$  為獨立事件, 則  $x = -\frac{1}{5}$   
 (C)  $P(A \cup B)$  的值有可能為 1 (D)  $P(B|A)$  之值有可能為 0 (E)  $P(A|B)$  之值有可能為 1

- ( ) 4. 空間中有相異兩點  $P$ 、 $Q$ ，其中  $P$  點坐標為  $(r, s, t)$ 。已知線段  $\overline{PQ}$  的垂直平分面  $E$  的方程式為  $x + 2y + 2z = 0$ ，試問下列哪些選項是正確的？
- (A) 向量  $\overline{PQ}$  與向量  $(1, 2, 2)$  垂直      (B) 線段  $\overline{PQ}$  的長度等於  $2 \times \frac{|r+2s+2t|}{3}$
- (C)  $Q$  點的坐標有可能為  $(4, -1, -1)$       (D) 過  $Q$  點且與平面  $E$  平行的平面必過點  $(-r, -s, -t)$
- (E) 設  $O$  為原點，則向量  $\overline{OP} + \overline{OQ}$  與向量  $\overline{PQ}$  的內積必為 0
- ( ) 5. 設  $E_1: x - 2y + az = 10$ 、 $E_2: 2x - 4y + 8z = 4$ 、 $E_3: 2x - 5y + 4z = 4$  為空間坐標的三個平面，試問下列哪些選項是正確的？
- (A) 存在實數  $a$  使得  $E_1$  與  $E_2$  平行      (B) 存在實數  $a$  使得  $E_1$  與  $E_2$  垂直
- (C) 存在實數  $a$  使得  $E_1$  與  $E_2$  重合      (D) 存在實數  $a$  使得  $E_1$  與  $E_3$  平行
- (E) 存在實數  $a$  使得直線  $L: \begin{cases} 2x - 4y + 8z = 4 \\ 2x - 5y + 4z = 4 \end{cases}$  落在  $E_1$  上

三、填充題（每格 5 分，共 45 分）

1. 求點  $A(5, 8, 8)$  到平面  $E: 2x - y + 2z + 1 = 0$  的距離為 \_\_\_\_\_。
2. 空間中有兩點分別為  $A(1, 0, 1)$ 、 $B(3, -1, 2)$ ，試求  $\overline{AB}$  的垂直平分面方程式為 \_\_\_\_\_。
3. 一直線  $L$  上有兩點分別為  $A(5, 1, 0)$ 、 $B(3, 3, 4)$ ，若此直線  $L$  的比例式為  $\frac{x-8}{1} = \frac{y-b}{-1} = \frac{z-c}{a}$ ，則  $a + b + c =$  \_\_\_\_\_。
4. 設坐標空間中四點  $A(2, 0, -1)$ 、 $B(3, 1, 4)$ 、 $C(-2, 5, 2)$ 、 $D(1, 4, -3)$ ，求  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AD}$  所決定的平行六面體體積為 \_\_\_\_\_。

5. 設  $A(1, 1, -1)$ 、 $B(2, 1, 0)$ 、 $C(0, 2, 1)$ 、 $D(3, 2, a)$  為空間中四點，已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  落在同一平面上，求實數  $a$  的值為 \_\_\_\_\_。
6. 甲、乙兩選手參加 3 戰 2 勝制（即先勝 2 局者贏得比賽）的桌球比賽（假設無和局的狀況）。已知甲、乙比賽時，甲單局獲勝的機率為  $\frac{3}{4}$ ，求甲贏得比賽的機率為 \_\_\_\_\_。
7. 空間中有三點  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ，已知  $A(1, 2, 4)$ ， $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (3, 2, -1)$ ， $L$  為過  $A$  點且與平面  $ABC$  垂直的直線，則  $L$  與  $xy$  平面的交點為 \_\_\_\_\_。
8. 喬巴站在數線的原點處，今騙人布投擲一公正骰子，若出現點數為 3 或 4 或 5 或 6，則喬巴往正向移動三單位，若出現點數 1 或 2，則喬巴往負向移動一單位。試求若騙人布投擲骰子四次後，喬巴停在原點的機率為 \_\_\_\_\_。
9. 如圖， $ABCD-EFGH$  為正立方體，其中直線  $\overrightarrow{AC}$  的比例式為  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ ，直線  $\overrightarrow{FH}$  的比例式為  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$ 。試問：此正立方體的邊長為 \_\_\_\_\_。



前鎮高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 (A 卷)

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(A)	(D)	(D)	(A)	(B)
6.				
(B)				

二、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(A)(C)(D)(E)	(A)(C)(D)(E)	(D)(E)	(B)(D)(E)	(A)(B)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{19}{3}$	$2x - y + z = 6$	-10	88	4
6.	7.	8.	9.	
$\frac{27}{32}$	(13, 10, 0)	$\frac{8}{81}$	$3\sqrt{30}$	