

台南二中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科(A 卷)

一、多選題（每題 5 分，共 20 分，5-3-1-0）

() 1. 空間中，直線 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$ ，平面 $E_1: 2x - 3y - z = 0$ ，平面 $E_2: x - y + z = 0$ 。請選出正確的選項。

- (A) 平面 E_1 與 E_2 交於一直線 (B) 點 $(1, 2, 3)$ 在平面 E_1 上 (C) 點 $(3, 0, -1)$ 在直線 L 上
(D) 直線 L 在平面 E_2 上 (E) 直線 L 與平面 E_1 垂直

() 2. 空間中三直線 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{1}$ ， $L_2: \begin{cases} x - 2y + 2z = -4 \\ x + y - 4z = 5 \end{cases}$ ， $L_3: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + 2t \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ ， t 為實數。請選出正確的選項。

- (A) L_1 與 L_2 的方向向量互相垂直 (B) L_1 與 L_3 兩直線互相垂直 (C) 有一個平面同時包含 L_1 與 L_2
(D) 有一個平面同時包含 L_1 與 L_3 (E) 有一個平面同時包含 L_2 與 L_3

() 3. 設 a, b 為實數，下列有關線性方程組 $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y - z = 2 \\ 4x + 5y + az = b \end{cases}$ 的敘述哪些是正確的？

- (A) 若此線性方程組有解，則必定恰有一組解 (B) 若此線性方程組無解，則 $b \neq 4$
(C) 若此線性方程組無解，則 $a = 1$ (D) 若此線性方程組有解，則 $b = 4$
(E) 若此線性方程組有解，則 $a = 1$

() 4. 下列哪些選項中的矩陣，在經過一系列的列運算後可化成 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ？

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -7 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$
(D) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 6 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

二、填充題（每格 5 分，共 80 分）

1. 已知平面 E 過 $A(0, 0, 0)$ ， $B(3, 2, 1)$ ， $C(2, 5, 3)$ 三點，則平面 E 的方程式為_____。

2. 若 θ 為平面 $E: 2x + z = 2$ 與 yz 平面的夾角之一，則 $\sin \theta =$ _____。

3. 已知四面體 $O-ABC$ 的四個頂點坐標為 $O(0, 0, 0)$ ， $A(2, 0, 0)$ ， $B(0, -1, 0)$ 與 $C(0, 0, 1)$ ，且過 O 點作平面 ABC 的垂線且交平面 ABC 於 H 點，求 $\overline{OH} =$ _____。

4. 已知平面 E 為一鏡面，一光線從 $A(5, 4, 1)$ 射出，碰到平面 E 上一點 $P(1, 1, 1)$ 反射後，朝向點 $B(1, 7, 9)$ 的方向直線前進。若平面 E 的方程式為 $ax + 3y + cz = d$ ，則序對 $(a, c, d) =$ _____。
5. 點 $A(1, 2, 1)$ 對於直線 $L: \frac{x-7}{1} = \frac{y-7}{2} = \frac{5-z}{-3}$ 的對稱點坐標為 _____。
6. 點 $A(0, 0, 0)$ 對於平面 $E: 2x + 2y + z = 27$ 的投影點坐標為 _____。
7. 空間中有一平面 E ，即兩直線 $L_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{1}$ 與 $L_2: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ (t 為實數)。若 L_1 落在 E 上，且 L_2 與 E 不相交，則 E 的方程式可表為 $7x + by + cz = d$ ，試求序對 $(b, c, d) =$ _____。
8. 平面 E 包含兩平行線 $L_1: \frac{x-3}{6} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{4}$ 與 $L_2: \frac{x-9}{9} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-6}{6}$ ，若 E 的方程式為 $ax + by - z = d$ ，則序對 $(a, b, d) =$ _____。
9. 設兩直線 $L_1: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ ， $L_2: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{3}$ ，若直線 L 與 L_1 、 L_2 皆垂直，則 L 與 L_2 的交點為 _____。

10. 空間中，平面 E 的方程式為 $x + y + z = 1$ ，直線 L 為平面 E 與 yz 平面相交的直線。將平面 E 以直線 L 為軸旋轉一銳角 θ 後通過點 $P(1, 2, 3)$ ，求 $\cos \theta =$ _____。

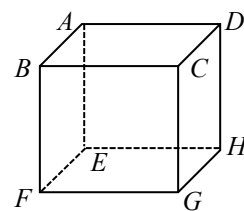
11. 若矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 12 \\ 3 & -2 & 5 & 14 \end{bmatrix}$ 經過多次列運算後得 $\begin{bmatrix} a & 0 & 1 & 6 \\ 0 & b & 0 & 8 \\ 0 & 0 & c & 6 \end{bmatrix}$ ，試求序對 $(a, b, c) =$ _____。

12. 空間中，平面 E 的方程式為 $x + 2y + 2z = 30$ ，若 $A(0, 0, 0)$ 與 $B(1, 4, 3)$ 在平面 E 的投影點分別為 C 與 D 。則 $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}| =$ _____。

13. 若聯立方程式 $\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x + 2y + z = 7 \\ 7x + 8y + z = 31 \end{cases}$ 的解為 $x = a, y = b, z = c$ ，求 $a^2 + (b + 1)^2 + (c - 3)^2$ 的最小值為 _____。

14. 空間中，直線 $L_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$ 與 $L_2: x = \frac{y-20}{-8} = \frac{z-10}{-4}$ ，若 L_1 與 L_2 的銳交角的角平分線為直線 $L: \frac{x-x_0}{2} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ (其中 y_0 是小於 10 的正整數)，則序對 $(x_0, y_0, z_0, b, c) =$ _____。

15. 如右圖所示， $ABCD-EFGH$ 為一個邊長為 1 的正立方體。若平面 BDG 上一點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD} + a\overrightarrow{AE}$ ，則實數 $a =$ _____。



16. 已知直線 $L: \frac{x+2}{1} = \frac{y+5}{3} = \frac{z}{1}$ ，平面 $E: x + y + z = 8$ ，若直線 L 與直線 M 對稱於平面 E （即直線 L 上所有的點關於平面 E 的對稱點都落在直線 M 上），且直線 M 的比例式為 $\frac{x-x_0}{7} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-10}{c}$ ，則序對 $(x_0, y_0, b, c) =$ _____。



台南二中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科(A 卷)

一、多選題

1.	2.	3.	4.
(A)	(C)	(B)(C)	(A)(E)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$x - 7y + 11z = 0$	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	$\frac{2}{3}$	$(2, 2, 7)$	$(9, -4, 3)$
6.	7.	8.	9.	10.
$(6, 6, 3)$	$(-6, 4, -2)$	$(0, 2, 0)$	$(0, 0, 7)$	$\frac{\sqrt{6}}{9}$
11.	12.	13.	14.	15.
$(1, 8, -6)$	5	14	$(2, 4, 2, 14, 10)$	$\frac{8}{3}$
16.				
$(8, 5, 1, 7)$				