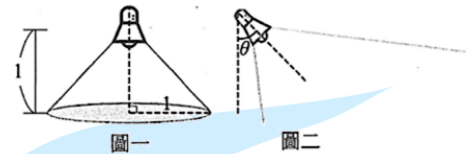


瀛海高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 (B 卷)

一、單選題 (每題 5 分, 共 20 分)

- () 1. 已知 $a \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + d \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, 其中 a, b, c, d 為實數, 則 $a - b + c - d =$
- (1) 1 (2) 5 (3) 9 (4) 11 (5) 19
- () 2. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$, 若 $X - A = B$, 則 $X =$
- (1) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 4 & -8 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$
- () 3. 設 A 為二階方陣, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 若 $4A^2 - 6A + 5I = O$, 則下列何者為 $3I - 2A$ 的乘法反方陣?
- (1) $\frac{2}{5}A$ (2) $\frac{5}{2}A^{-1}$ (3) $2A - 3I$ (4) $-5I$ (5) $A + I$
- () 4. 某人家中一吊燈離地 1 公尺, 其照射的燈光形成直圓錐狀, 且直圓錐的軸與地板垂直。今發現照在地板的區域形成半徑 1 公尺的圓, 如圖一所示。若將吊燈旋轉 θ , 如圖二所示, 若 $\theta = 30^\circ$, 則燈光在地面上照亮區域所形成的邊界是哪個圓錐曲線的一部分?
- (1) 圓 (2) 橢圓 (3) 拋物線 (4) 雙曲線 (5) 一直線



二、多選題 (每題 9 分, 共 27 分, 9-7-5-3-1-0)

- () 1. 空間中一直圓錐面以直線 L 為軸, 頂點為 V 。今一平面 E 與直圓錐面的截痕為一橢圓, 其橢圓中心為 O , 且橢圓上距離頂點 V 最近的點為 A , 最遠的點為 B , 下列選項哪些正確?
- (1) 軸 L 與平面 E 不垂直 (2) 平面 E 通過頂點 V (3) 軸 L 通過橢圓中心 O 點
- (4) \overline{VO} 為 $\triangle VAB$ 的中線 (5) $\angle OVA = \angle OVB$
- () 2. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 若 $A^3 + I^3 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, 則下列選項何者正確?
- (1) $a = 2$ (2) $a = 0$ (3) $b = 28$ (4) $c = 0$ (5) $d = 9$
- () 3. 平面上直線 $L: y = mx$ 經過二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ 變換後仍為直線 L , 則 m 值為何?
- (1) $-\frac{2}{3}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) 1 (5) -3

三、填充題 (每格 5 分, 共 40 分)

1. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -5 & 7 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 4 & -7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, 若 $AB + AC = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, 則 $a + b + c + d =$ _____。
2. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$, 且 $AX = B$, 則 $X =$ _____。

3. 設 $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ ，若 $A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 = kA$ ，求 $k =$ _____。
4. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ，求點 $P(1, 5)$ 經過 A 作線性變換後所對應的點 P' 的坐標為 _____。
5. 平面上直線 $L: x + 3y = 0$ 。若 k 為實數且二階方陣 $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 0 & k \end{bmatrix}$ 所代表的線性變換可以將 L 上的點變換到一條斜率為 3 的直線，則 $k =$ _____。
6. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ， $P = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ，若 $B = P^{-1}AP$ ， $B^6 =$ _____。
7. 已知空間中一平面 E 與直圓錐面截出半徑為 6 的圓，且圓上任一點 P 與直圓錐面頂點 V 的距離為 $3\sqrt{5}$ ，則頂點 V 點與平面 E 的最短距離為 _____。
8. 圖為坐標空間中的一直圓錐面，已知頂點 V 為原點 $(0, 0, 0)$ ，直圓錐面的軸為 Z 軸。已知 $P(\sqrt{3}, 2, 3)$ 在直圓錐面的一條母線上，若通過 P 點的母線與 Z 軸的銳夾角為 θ ，則 $\cos \theta =$ _____。

四、混合題（共 13 分）

1. 台夫特理工大學圖書館（TU Delft Library）是台夫特理工大學的中央圖書館，坐落於荷蘭的台夫特，如圖一所示。此館為建築兼具風景作用的範例——部分藏於地下，帶有斜度的平面，而草覆於頂部，作為綠化屋頂，在人造小丘上有高度為 40 公尺鋼製錐體凸出，用途在於白日採光兼表示技術工程的意象。

某人將上述錐體製成 3D 模擬圖，如圖二所示。已知直圓錐之母線與軸的夾角為 30° ，通過 B 、 C 兩點之平面與直圓錐面的截痕為圓，且 $\overline{AB} = \overline{AC} = 6$ ，通過 D 、 E 兩點之平面與直圓錐面的截痕為橢圓，且 $\overline{BD} = 6$ ， $\overline{CD} = 3$ ，試回答下列問題。

- (1) 下列何者為通過 B 、 C 兩點之圓的半徑？_____。（單選題，3 分）

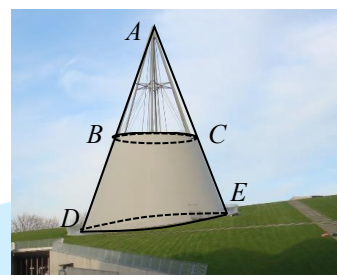
(A)1 (B)2 (C)3 (D) $3\sqrt{3}$ (E)6

- (2) 求 $\overline{DE} =$ _____。（5 分）

- (3) 通過 D 、 E 兩點之橢圓中心到直圓錐之頂點 A 的距離為 _____。（5 分）



圖一



圖二

瀛海高中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 (B 卷)

一、單選題

1.	2.	3.	4.
(4)	(3)	(1)	(2)

二、多選題

1.	2.	3.
(1)(4)	(1)(4)(5)	(3)(5)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
43	$\begin{bmatrix} 8 \\ -13 \end{bmatrix}$	781	(8, 4)	39
6.	7.	8.		
$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 21 & 64 \end{bmatrix}$	3	$3/4$		

四、計算題

1.(1)	1.(2)	1.(3)
(C)	$\sqrt{117}$	$\frac{\sqrt{333}}{2}$