

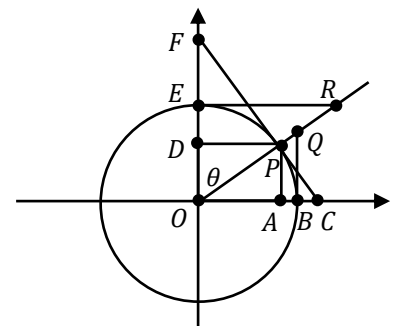
# 高雄女中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高一數學科

## 一、單選題(一題 6 分，共 24 分)

- ( ) 1. 軒軒暑假到巴黎旅遊，住在距離巴黎鐵塔 400 公尺處的普爾曼酒店。若軒軒從房間窗口觀測巴黎鐵塔，測得塔頂的仰角為 $\alpha$ ，塔底的俯角為 $\beta$ ，則下列哪個選項最適合表達巴黎鐵塔經由測量所得之高度？  
 (A) 400 公尺 (B)  $400\sin(\alpha + \beta)$ 公尺 (C)  $400\tan(\alpha + \beta)$ 公尺  
 (D)  $400(\sin \alpha + \sin \beta)$ 公尺 (E)  $400(\tan \alpha + \tan \beta)$ 公尺
- ( ) 2. 設 $a = \sin 587^\circ$ ， $b = \cos(-589^\circ)$ ， $c = \tan 951^\circ$ ， $d = \cos 1781^\circ$ ， $e = \sin(-913^\circ)$ ，則此五個廣義角三角比的大小關係為下列哪一個選項？  
 (A)  $a < b < c < d < e$  (B)  $a < b < c < e < d$  (C)  $a < b < e < d < c$   
 (D)  $b < a < c < e < d$  (E)  $b < a < e < d < c$
- ( ) 3. 已知 $\triangle ABC$ 中 $\overline{BC} = a$ ， $\overline{CA} = b$ ， $\overline{AB} = c$ 且滿足 $a \cos C - a \cos B = b \cos A - c \cos A$ ，則 $\triangle ABC$ 的形狀必定為下列哪一個選項？  
 (A) 正三角形 (B) 等腰三角形 (C) 銳角三角形 (D) 直角三角形 (E) 鈍角三角形
- ( ) 4. 懷懷在某監測站觀測附近一颱風，發現颱風中心位於監測站的東偏南 $75^\circ$ 的方向且距離 150 公里的海面上，以每小時 15 公里的速度向西偏北 $15^\circ$ 的方向移動。若該颱風的行進方向和速度都不變，且颱風侵襲範圍為圓形區域，目前半徑為 100 公里，並以每小時 5 公里的速度不斷增大，則懷懷所在的監測站受到颱風的侵襲時間最接近多少小時？  
 (A) 1 小時 (B) 2 小時 (C) 3 小時 (D) 4 小時 (E) 5 小時

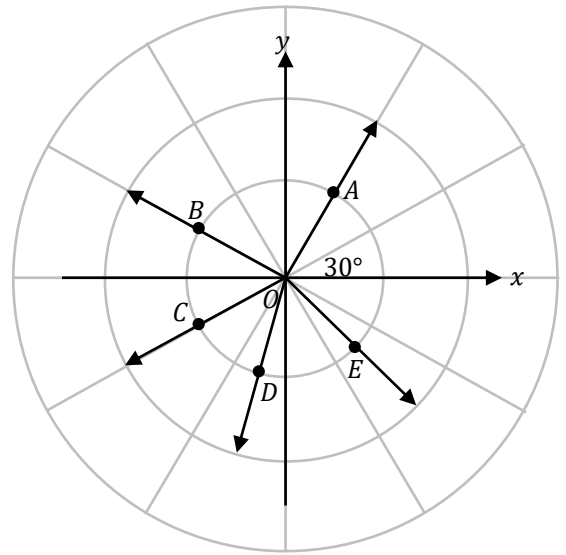
## 二、多選題(一題 10 分，錯一個選項扣 2 分，未作答者不予計分，共 30 分)

- ( ) 1. 坐標平面上，以原點 $O$ 為圓心，1 為半徑作圓，分別交兩坐標軸正向於 $B$ 、 $E$ 兩點。今在第一象限的圓弧上取一點 $P$ 作圓的切線分別交兩軸於 $C$ 、 $F$ 兩點，而點 $P$ 對兩坐標軸的投影分別為 $A$ 、 $D$ 兩點，如圖所示。設 $\angle POD = \theta$ ，則下列選項中哪些線段長可用 $\tan \theta$ 表示？  
 (A)  $\overline{BQ}$   
 (B)  $\overline{CP}$   
 (C)  $\overline{DP}$   
 (D)  $\overline{ER}$   
 (E)  $\overline{FP}$



- ( ) 2. 坐標平面上，以原點  $O$  為圓心作同心圓，並將其圓心角 12 等分，使得每個等分的圓心角均為  $30^\circ$ ，如圖所示。若有一個標準位置有向角  $\theta$  的終邊落在第三象限，則圖中哪些射線可能為標準位置有向角  $\frac{\theta}{3}$  的終邊？

- (A)  $\overrightarrow{OA}$   
(B)  $\overrightarrow{OB}$   
(C)  $\overrightarrow{OC}$   
(D)  $\overrightarrow{OD}$   
(E)  $\overrightarrow{OE}$



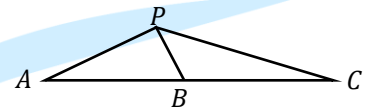
- ( ) 3. 已知  $\triangle ABC$  的兩邊長  $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{AC} = 4$ ，則下列敘述哪些正確？

- (A)  $\angle A$  可能為  $60^\circ$ ，且此時  $\triangle ABC$  的面積為  $6\sqrt{3}$       (B)  $\angle B$  可能為  $30^\circ$ ，且此時  $\sin C = \frac{3}{4}$   
(C)  $\angle B$  可能為  $30^\circ$ ，且此時  $\cos C = \frac{\sqrt{7}}{4}$       (D)  $\angle B$  可能為  $45^\circ$ ，且此時  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為  $2\sqrt{2}$   
(E)  $\overline{BC}$  可能為 5，且此時  $\cos C = \frac{1}{4}$

### 三、填充題(一格 6 分，共 30 分)

1. 設  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{7}}{2}$ ，試求  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta =$  \_\_\_\_\_。

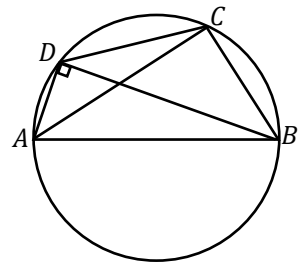
2. 已知  $\triangle APC$  中  $\overline{AB} = \overline{BC}$ ， $\angle APB = 90^\circ$ ， $\angle BPC = 45^\circ$ ，如圖所示。試求  $\sin^2 \angle ABP =$  \_\_\_\_\_。



3. 已知  $P$  點的直角坐標為  $(-2 \sin 112^\circ, -2 \cos 112^\circ)$ ，試求其極坐標  $[r, \theta] =$  \_\_\_\_\_，其中  $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ 。

4. 已知  $\triangle ABC$  中  $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{AC} = 2$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，且  $\angle A$  的內角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$ ，試求  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。

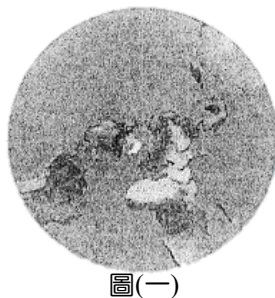
5. 設 $ABCD$ 為圓內接四邊形，已知直徑 $\overline{AB} = 25$ ，且 $\overline{AD} = 7$ ， $\overline{BC} = 15$ ，如圖所示。若 $\angle DAB = \alpha$ ， $\angle CAB = \beta$ ，則 $\sin(\alpha - \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



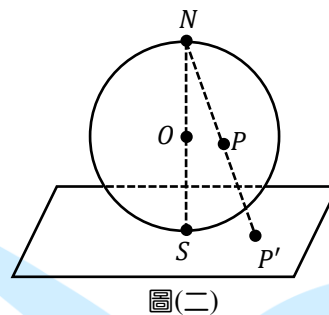
四、混合題(第 1 題填充題 6 分，第 2 題計算題 10 分，共 16 分)

球極平面投影(stereographic projection)是一種將球體描繪成平面的方法，在複分析、地質學與攝影都有廣泛的應用。製圖學中也常透過這種方法繪製立體地圖投影，如下圖(一)所示，其概念如下：

將一個球體置於一個平面上，球極 $S$ 與平面相切，球面上任一點 $P$ 與球極 $N$ 連線，延長交平面於 $P'$ ，則 $P'$ 為 $P$ 點在此投影下的「像」，如下圖(二)所示。



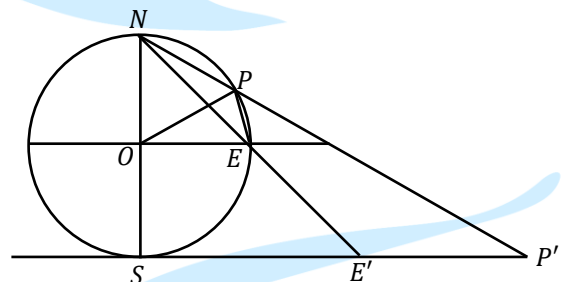
圖(一)



圖(二)

今假設地球為一個直徑為 1 的球體，並將其置於一個平面上，南極 $S$ 與平面相切，試回答下列問題。

13. 作本初子午線(即 0 度經線)的大圓切面，設 $O$ 為圓心， $\overline{SN} = 1$ ， $E$ 為赤道上一點， $E'$ 為 $E$ 點投影的「像」，且 $\overline{SE'} = 1$ ，如圖所示。設子午線上北緯 $30^\circ$ 處之點 $P$ 在平面上投影的「像」為點 $P'$ ，試求點 $P'$ 與南極 $S$ 的距離 $\overline{SP'}$ 。(6 分)



14. 設點 $A$ 、 $B$ 在球面上有相同的經度，但緯度相反，且 $A'$ 與 $B'$ 分別為點 $A$ 與 $B$ 在此投影下的「像」。試在答案卷中的大圓切面圖上標示出點 $A$ 、 $B$ 、 $A'$ 與 $B'$ 的相對位置(4 分)，並求 $\overline{SA'} \times \overline{SB'}$ 之值(6 分)。

# 高雄女中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高一數學科簡答

## 一、單選題(一題 6 分，共 24 分)

1.	2.	3.	4.
(E)	(C)	(B)	(D)

## 二、多選題(一題 10 分，錯一個選項扣 2 分，未作答者不予計分，共 30 分)

1.	2.	3.
(D)(E)	(C)(E)	(A)(B)

## 三、填充題(共 30 分)

1.	2.	3.	4.
$\frac{5\sqrt{7}}{16}$	$\frac{4}{5}$	$[2, 158^\circ]$	$\frac{2}{3}$
5.			
$\frac{3}{5}$			

格	1	2	3	4	5
分數	8	16	22	26	30

## 四、混合題(第 1 題填充題 6 分，第 2 題計算題 10 分，共 16 分)

### 13. 填充題(6 分)

$$\overline{SP'} = \sqrt{3}$$

### 14. 計算題，請將演算過程與答案一併作答於答案欄內否則不予計分(10 分)

(註：參考詳解中A與B之位置可互換，不影響作答結果，請老師閱卷時自行斟酌。)

作圖如右，(4 分)

設 $\angle AOE = \angle BOE = \theta$ ，則 $\angle ANE = \angle BNE = \frac{\theta}{2}$ ，(1 分)

因 $\angle ENS = 45^\circ$ ，

則 $\angle A'NS = 45^\circ + \frac{\theta}{2}$ ， $\angle B'NS = 45^\circ - \frac{\theta}{2}$ ，(1 分)

可得 $\overline{SA'} = \overline{SN} \times \tan \angle A'NS = \tan(45^\circ + \frac{\theta}{2})$ ，

$\overline{SB'} = \overline{SN} \times \tan \angle B'NS = \tan(45^\circ - \frac{\theta}{2})$ ，(1 分)

$$\begin{aligned} \text{故 } \overline{SA'} \times \overline{SB'} &= \tan\left(45^\circ + \frac{\theta}{2}\right) \times \tan\left(45^\circ - \frac{\theta}{2}\right) = \tan\left(45^\circ + \frac{\theta}{2}\right) \times \tan\left(90^\circ - \left(45^\circ + \frac{\theta}{2}\right)\right) \\ &= \tan\left(45^\circ + \frac{\theta}{2}\right) \times \frac{1}{\tan\left(45^\circ + \frac{\theta}{2}\right)} = 1 \circ (3 \text{ 分}) \end{aligned}$$

