

台南女中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高一數學科

一、多選題 (占 15 分)

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分，答錯 3 個選項以上或完全未作答者，該題以零分計算。

() (1) 試選出下列正確的選項。

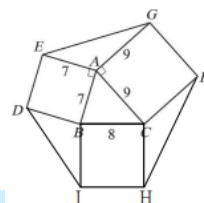
- (1) $\cos 30^\circ \times \tan 30^\circ + \sin 60^\circ \times \tan 60^\circ = 2$
- (2) $\cos^2 60^\circ - \tan^2 45^\circ + \sin^2 30^\circ = \frac{1}{2}$
- (3) $\cos^3 1^\circ + \cos^3 2^\circ + \cos^3 3^\circ + \cdots + \cos^3 179^\circ + \cos^3 180^\circ = -1$
- (4) 若 θ 為銳角，則 $\sin^4 \frac{\theta}{2} < \cos^4 \frac{\theta}{2} < \tan^4 \frac{\theta}{2} < 1$
- (5) $\tan 50^\circ > \cos(-15^\circ) > -\cos(-150^\circ) > \tan 380^\circ > \sin 15^\circ$

() (2) 試選出下列正確的選項。

- (1) 若 $\cos 100^\circ = k$ ，則 $\tan(-260^\circ) = \frac{\sqrt{1-k^2}}{-k}$
- (2) 若 $\theta_n = n \times 45^\circ$ ，且 $1 \leq n \leq 100$ 則有 13 個可能的整數 n 值可使 θ_n 為第一象限角
- (3) 若 $\cos \theta = \cos \phi$ ，則 θ 、 ϕ 是同界角。
- (4) 若 $\tan \theta = -\frac{4}{3}$ ，且 $\cos \theta + \sin \theta > 0$ ，則 $\frac{3 \cos \theta - 1}{2 \sin \theta + 1} = -\frac{4}{3}$
- (5) 若有向角 θ 的始邊為 x 軸正向，終邊上一點 $P(3, -4)$ ，則 $\sin(180^\circ + \theta) + \sin(\theta - 270^\circ)$ 的值為 $-\frac{7}{5}$

() (3) 如右圖， $\triangle ABC$ 的三邊長 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CA} = 9$ ，若 $ABDE$ 、 $ACFG$ 與 $BCHI$ 皆為正方形，，設三角形 PQR 的三邊長 $\overline{PQ} = \overline{EG}$ 、 $\overline{QR} = \overline{FH}$ 、 $\overline{RP} = \overline{ID}$ ，試選出下列正確的選項。

- (1) $\cos \angle EAG = -\frac{10}{21}$
- (2) $\overline{PQ} = 14$
- (3) 設 O 為三角形 PQR 的重心，則 $\overline{OQ} = 9$
- (4) 三角形 PQR 的面積為 $36\sqrt{5}$
- (5) 分別以 \overline{PQ} 、 \overline{QR} 、 \overline{RP} 為邊長做出三個正方形，此三個正方形的面積和為 $3(7^2 + 8^2 + 9^2)$



二、多選題 (占 85 分)

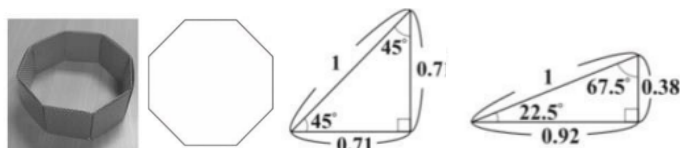
說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡所標示的列號 (-)

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分

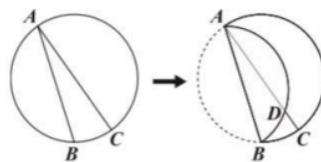
3. 所有答案均需化為最簡分數及最簡根式，否則不給分

A. 小明買了一個精緻的圓柱形玻璃杯要寄給在外地唸書的小華，擔心杯子在運送途中會不小心撞破，準備為此玻璃杯找個正八邊形的護環，若不考慮護環的厚度，已知玻璃杯底部半徑為 8，試問正八邊形的護環邊長需為 _____，才能恰好裝下杯子。(近似值取至小數點底下第一位)

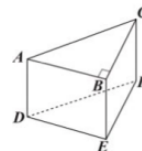
(下方有護環示意圖及可能用上的參考資料。)



- B. 已知一圓形紙片，A、B、C 為圓周上三點，其中 \overline{AC} 為直徑。今以 \overline{AB} 為摺線將紙片向右摺後，紙片蓋住部分的 \overline{AC} ，而 \widehat{AB} 上與 \overline{AC} 重疊的點為 D，如圖所示。
若 $\widehat{BC} = 30^\circ$ ， $\overline{AD} = 3\sqrt{3}$ ，則 $\overline{AC} =$ _____。



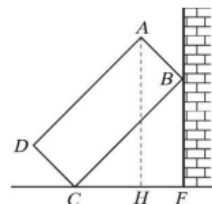
- C. 如圖，直角柱 $ABCDEF$ 的底面為直角三角形。若 $\angle ABC = \angle DEF = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{BE} = 5$ ，試求三角形 DBF 的面積為_____。



- D. 設 θ 為銳角，已知 $\sin \theta + 3 \cos \theta = 2$ ，試求 $\sin \theta + \cos \theta =$ _____。

- E. 已知 $\triangle ABC$ 中，M 為 \overline{BC} 邊上的中點， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 2\sqrt{6}$ ， $\sin \angle MAB = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，試求 $\tan \angle CAB =$ _____。

- F. 一長方形木架靠在牆邊，如右圖所示，其長 $\overline{AD} = 15$ ，寬 $\overline{AB} = 10$ ，若 $\tan \angle BCF = \frac{4}{3}$ ，試求 A 點到地面的距離 $\overline{AH} =$ _____。



- G. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AC} = 15$ ，且 $9 \cos^2 C = 5 + 4 \cos^2 B$ ，試求 \overline{AB} 的值為_____。

- H. 已知點 $P(\tan \theta, \cos \theta)$ 在第三象限內且 $\sin \theta \cos \frac{\theta}{2} < 0$ ，則點 $Q(\sin \frac{\theta}{2}, \tan \frac{\theta}{2})$ 在_____象限內。

- I. 已知 $\sin \theta = -\frac{1}{3}$ ，且 θ 是第三象限角，試求 $\frac{1-\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{1-\sin \theta} =$ _____。

- J. 設 $\sin^2 \theta - 4 \cos^2 \theta = 3 \sin \theta \cos \theta$ ，且 θ 在第二象限，試求 $\sin \theta \cos \theta =$ _____。

- K. 雷達顯示小島位於極坐標 $[3, 23^\circ]$ 處，海面上有五艘船 A 、 B 、 C 、 D 、 E 分別位於 $A[5, 113^\circ]$ 、 $B[5, 203^\circ]$ 、 $C[5, 293^\circ]$ 、 $D[5, 83^\circ]$ 、 $E[5, 143^\circ]$ ，試問此五艘船與小島的距離最小值為_____。
- L. 若鈍角三角形的三邊長為 5 、 7 、 x ，則滿足此條件的整數 x 有_____個。
- M. 一人自塔頂俯視塔正東方一點 A 俯角 45° ，俯視塔南 60° 東一點 B 俯角 30° ，若 A 、 B 兩地相距 100 公尺，求塔高為_____公尺。
- N. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 45^\circ$ 且 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 1.5k$ ，當_____時，滿足上述條件的三角形恰有兩個。
- O. 在坐標平面上，已知兩直線 $L_1: y = -\sqrt{3}x$ 與 $L_2: y = x + 1$ ，求直線 L_1 與 L_2 夾銳角的度數=_____度。
- P. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 14$ ，且 $\angle A$ 的內角平分線交 \overline{BC} 於 D ，試求 $\overline{AD} =$ _____。
- Q. 以 \overline{AD} 為直徑之圓，其內接四邊形 $ABCD$ 之四邊長 $\overline{AB} = a$ ， $\overline{BC} = b$ ， $\overline{CD} = c$ ， $\overline{DA} = d$ ，若將 a, b, c, d ，表示為 $d^3 - m(a^2 + b^2 + c^2)d - nabc = 0$ ，其中 m, n 為整數，試求 $m =$ _____， $n =$ _____。

台南女中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高一數學科解答

一、多選題

1.	2.	3.
(1) (3) (5)	(2)	(2) (3) (4) (5)

二、填充題

A.	B.	C.	D.	E.
6.6	6	$\frac{\sqrt{769}}{2}$	$\frac{4 + \sqrt{6}}{5}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
F.	G.	H.	I.	J.
18	10	=	$\frac{-3\sqrt{2}}{2}$	$\frac{-1}{2}$
K.	L.	M.	N.	O.
$\sqrt{19}$	5	100	$\sqrt{2} < k < 2$	75°
P.	Q.			
$\frac{15}{4}$	(1, 2)			