

# 台南二中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高一數學科

## 一、多重選擇題(佔 15 分)

說明：每題至少有一個選項是正確的，全對可得 5 分，未答不給分，錯一個選項可得 3 分，錯兩個選項可得 1 分，其餘情況不給分。

( ) (1) 下列敘述哪些正確？

(A)  $C_{13}^{30} - C_{12}^{29} = C_{13}^{29}$

(B)  $C_0^4 + C_4^5 + C_4^6 + C_4^7 + C_4^8 + \cdots + C_4^{99} = C_r^n$ ，則數對  $(n, r) = (100, 5)$

(C)  $C_1^{15} + C_3^{15} + C_5^{15} + C_7^{15} + C_9^{15} + C_{11}^{15} + C_{13}^{15} + C_{15}^{15} = 2^{14}$

(D)  $C_0^8 - C_1^8 \cdot 2 + C_2^8 \cdot 2^2 - C_3^8 \cdot 2^3 + C_4^8 \cdot 2^4 - C_5^8 \cdot 2^5 + C_6^8 \cdot 2^6 - C_7^8 \cdot 2^7 + C_8^8 \cdot 2^8 = 1$

(E)  $(2a - b)^8$  展開式中  $a^3 b^5$  項的係數  $C_3^8 \cdot 2^3$

( ) (2) 如圖，單位圓  $O$  交  $x$  軸負向於  $A$ ，有向角  $\theta$  (其中  $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ) 的終邊與此圓交於  $C$  點且  $\overline{BC} \perp x$  軸， $\overline{AD} \perp x$  軸，則下列敘述哪些正確？

(A)  $\overline{BC} = \sin(\theta - 180^\circ)$ ， $\overline{AD} = \tan \theta$ ， $\overline{OB} = \cos(180^\circ + \theta)$

(B)  $\triangle AOC$  面積  $= -\frac{1}{2} \sin \theta$

(C) 若  $225^\circ < \theta < 270^\circ$ ，則  $\sin \theta > \cos \theta$

(D) 過  $B$  點作  $\overline{OC}$  邊上的高  $\overline{BE}$ ，則  $\overline{BE} = \sin \theta \cos \theta$

(E) 承(D)， $\overline{AD} = \frac{\overline{BE}}{\overline{OE}}$

( ) (3)  $\triangle ABC$  中，下列敘述哪些正確？

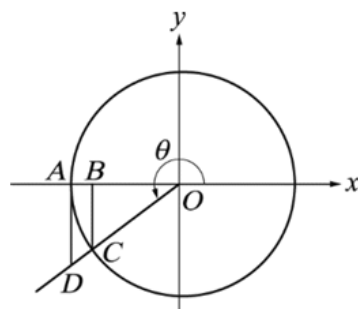
(A)  $\sin A : \sin B : \sin C$  可能為  $1 : 2 : 3$

(B)  $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$

(C) 若  $\sin A = \sin B = \frac{1}{3}$ ，則  $\triangle ABC$  必為鈍角三角形

(D) 若  $\overline{AB} = \sqrt{2}$ ， $\overline{AC} = 1$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，則  $\angle C = 45^\circ$

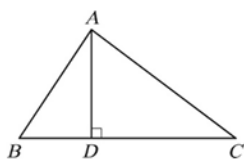
(E)  $\triangle ABC$  的三個高分別為 9、12、15，則  $\triangle ABC$  為鈍角三角形。



## 二、填充題(佔 85 分)

說明：每格 5 分，全對才給分；答案如為分數需化成最簡分數且分母需有理化始給分。

1、如下圖， $\triangle ABC$  中  $\overline{AD}$  為  $\overline{BC}$  邊上的高，已知  $\overline{AC} = 20$ ，且  $\tan B = \frac{6}{5}$ ， $\sin C = \frac{3}{5}$ ，則  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_。



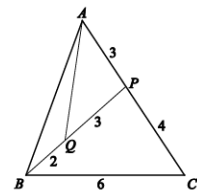
2、設  $\theta$  為銳角，已知  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{4}{3}$ ，求  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta =$  \_\_\_\_\_。

3、已知  $(-4, a)$  為標準位置角  $\theta$  終點上一點，且  $\sin \theta = -\frac{5}{13}$ ，求  $a =$  \_\_\_\_\_。

- 4、 已知 $\left(x + \frac{a}{x}\right)^6$ 展開式中 $x^{-2}$ 項的係數為 240，求 $a =$ \_\_\_\_\_。
- 5、 已知 $\cos(-490^\circ) = k$ ，試以 $k$ 表示 $\tan 580^\circ =$ \_\_\_\_\_。[此題答案如為分數的話，分母可不需有理化]
- 6、 平面上 $A$ 、 $B$ 兩點的極座標分別為 $[6, 15^\circ]$ 及 $[10, -45^\circ]$ ，且 $O$ 為極點，已知 $\overline{OM}$ 平分 $\angle AOB$ 且交 $\overline{AB}$ 於 $M$ 點，求 $\overline{OM} =$ \_\_\_\_\_。
- 7、 圓內接四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CD} = 6$ ， $\overline{DA} = 3$ ，求 $\overline{AC} =$ \_\_\_\_\_。
- 8、  $\sin 330^\circ \cdot \tan(-135^\circ) \cdot \cos(-420^\circ) - \sin 135^\circ \cdot \cos 135^\circ + \sin^2 42^\circ + \sin^2 312^\circ =$ \_\_\_\_\_。
- 9、 某次數學考試共有 25 題單選題，每題均有 5 個選項，答對可得 4 分，答錯需倒扣 1 分，若小寶確定其中 12 題可答對，剩下 13 題中有 9 題，他確定其中有 2 個選項不正確，這 9 題他從剩下選項隨意猜答，另外 4 題，他確定其中有 1 個選項不正確，這 4 題他從剩下選項隨意猜答，求小寶在此次數學考試中分數的期望值=\_\_\_\_\_分。
- 10、 根據統計資料得知，一位 40 歲的人在一年內存活的機率為 98.5%。今有一位 40 歲的人參加一年期且保險額度為 150 萬元的人壽保險，需先繳保費 3 萬元，已知公司對參加此人壽保險的每一客戶每年的管理與行銷成本為 1000 元，求對保險公司而言，一張人壽保單利潤的期望值\_\_\_\_\_元。
- 11、  $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 的外接圓面積=\_\_\_\_\_平方單位。
- 12、 小寶自一塔的正西方  $A$  地測得塔頂的仰角為 $30^\circ$ ，在此塔的東 $60^\circ$ 南的  $B$  地測得塔頂的仰角為 $60^\circ$ ，已知 $A$ 、 $B$ 兩地的距離為 390 公尺，求此塔高度為\_\_\_\_\_公尺。

13、已知 $\theta$ 是第二象限角，且 $\cos(-\theta) = -\frac{12}{13}$ ，求 $\frac{\sin(180^\circ+\theta)}{1-\cos(180^\circ-\theta)} + \frac{\cos \theta}{1+\sin(-\theta)} =$ \_\_\_\_\_。

14、 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 7$ ，若 $P$ 在 $\overline{AC}$ 上且 $Q$ 在 $\overline{BP}$ 上，其中 $\overline{AP} = 3$ ， $\overline{PQ} = 3$ ， $\overline{BQ} = 2$ ，如右圖，則 $\overline{AQ} =$ \_\_\_\_\_。



15、假設 $\theta$ 為 $\triangle ABC$ 中 $\angle ACB$ 之外角，已知 $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $\overline{BC} = 8$ ，試求：  
 $\cos(90^\circ + \theta) - \tan(540^\circ - \theta) =$ \_\_\_\_\_

16、阿珍、阿尤及阿味三人相約測量體育場上一鉛直旗桿的高度，三人在體育場上與旗桿底距離相等的三處 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 分別測得 $\overline{AB} = 12$ 公尺， $\overline{AC} = 28$ 公尺， $\overline{BC} = 20$ 公尺，且從 $A$ 點測得旗桿頂端的仰角為 $60^\circ$ ，則此旗桿高度 = \_\_\_\_\_ 公尺。

17、一箱中裝有 3 個紅球，2 個白球。設每顆球被抽到的機會均等，今小寶依下列方式欲抽出所有白球：一次抽一球，取後不放回，當 2 個白球都被抽出時就立即停止抽球。試求：到小寶停止抽球時，小寶抽球次數之期望值為 \_\_\_\_\_ 次。

## 台南二中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高一數學科解答

### 一、多選題

1.	2.	3.
(A)(C)(D)	(A)(B)(D)(E)	(C)(E)

### 二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
26	$\frac{22}{27}$	$-\frac{5}{3}$	$\pm 2$	$\frac{-k}{\sqrt{1-k^2}}$
6.	7.	8.	9.	10.
$\frac{15\sqrt{3}}{4}$	$\sqrt{33}$	$\frac{1}{4}$	55	6500
11.	12.	13.	14.	15.
$\frac{76}{3}\pi$	$30\sqrt{39}$	$-\frac{13}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{-27\sqrt{5}}{14}$
16.	17.			
28	4			