

小港高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

填充題(每格 6 分，超過 100 分以 100 分計算)

(多選題答錯一個選項得 3 分；錯 2 個或 2 個以上選項，不予給分)

() 1. 下列哪些增廣矩陣所表示的三元一次聯立方程式恰有一組解？

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

() 2. 設 A 與 B 為獨立事件，且 $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{1}{3}$ 。選出所有正確的選項。

(A) $P(A \cap B) = \frac{5}{6}$ (B) $P(B|A) = \frac{1}{3}$ (C) $P(A|B) = \frac{1}{3}$ (D) $P(B'|A) = \frac{1}{3}$ (E) $P(A'|B) = \frac{1}{2}$

() 3. 若 a 、 b 為實數，下列關於聯立方程式 $\begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ x - y + az = 5 \\ 3x + 2y + z = b \end{cases}$ 的敘述哪些是正確的？

- (A) 若 $a \neq 2$ ，則聯立方程式恰有一解
(B) 若 $a = 2$ ，則聯立方程式有無限多解
(C) 若 $b = 20$ ，則聯立方程式有無限多解
(D) 若聯立方程式無解，則 $b \neq 20$
(E) 若聯立方程式有解，則 b 為任意數

4. 甲袋中有 3 顆紅球，7 顆白球，乙袋中有 n 顆紅球，3 顆白球，假設選擇甲、乙袋的機會均等且袋中每顆球被選到的機會也均等，今任選一袋，若已知取到紅球，則此紅球來自乙袋的機率為 $\frac{25}{37}$ ，求 $n =$ _____。

5. 給定矩陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ 。求 $AB =$ _____。

6. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ 。已知 A 將 Q 點對應到 $Q'(8, -5)$ ，求 Q 點的坐標為_____。

7. 已知二階方陣 A 分別將 $P(2, 1)$ 與 $Q(0, -1)$ 對應到 $P'(0, 5)$ 與 $Q'(-2, -3)$ ，求 $A =$ _____。

8. 已知 $O(0, 0)$ 、 $P(2, 1)$ 是正方形 $OPQR$ 中二個頂點，且頂點 Q 在第四象限，求 Q 的坐標為_____。

9. 某縣縣政府每週五對全縣居民發放甲、乙兩種彩券，每位居民均可憑身分證免費選擇領取甲券一張或乙券一張。根據長期統計，上週選擇甲券的民眾會有 85% 在本週維持選擇甲券、15% 改選乙券；而選擇乙券的民眾會有 35% 在本週改選甲券、65% 維持乙券。所謂穩定狀態，係指領取甲券及乙券的民眾比例每週均保持不變。試問領取甲券民眾占全縣居民為_____時，會形成穩定狀態。

10. 已知矩陣 X 、 Y 滿足 $X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ， $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ ，求 $X^2 - Y^2 =$ _____。

11. 若方程組 $\begin{cases} x - 2y - 3z = 1 \\ x - z = -1 \\ 3x + 2y - z = a \end{cases}$ 有解，求 a 的值=_____。

12. 已知有一圓通過 $(1, -4)$ 、 $(4, -3)$ 、 $(5, 4)$ 三點，求此圓方程式的一般式為_____。

13. 對矩陣 $\begin{bmatrix} a & -3 & -5 & 5 \\ 1 & -1 & 1 & b \\ 5 & -6 & c & 17 \end{bmatrix}$ 作列運算若干次後得到 $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 11 \\ 0 & 1 & 7 & 17 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ，則 $(a, b, c) =$ _____。

14. 甲、乙兩選手參加 5 戰 3 勝制(即先勝 3 盤者贏得比賽)的網球單打比賽。設甲單盤獲勝的機率為 $\frac{3}{4}$ ，且每盤的比賽結果互不影響。已知甲選手前兩盤皆敗，求甲贏得比賽的機率=_____。

15. 某工廠有甲、乙、丙三台機器，其產量分別占總產量的 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{6}$ ，且依過去的經驗知甲、乙、丙機器生產的產品中分別有 6%、4%、3%的不良品。已知某產品為不良品，求該產品為甲機器所生產的機率為_____。

16. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 將 $\triangle PQR$ 變成 $\triangle P'Q'R'$ ，且 $\triangle PQR$ 三頂點坐標為 $P(1, 2)$ 、 $Q(5, 6)$ 、 $R(3, 7)$ ，求 $\triangle P'Q'R'$ 的面積為_____。

17. 在手機上使用 Google Maps 時，我們可以自由地將地圖放大或縮小，也可以將地圖自由旋轉至我們想要的方向，這些動作都可透過線性變換達成。比如在坐標平面上，將任意坐標利用二階方陣 $\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$ 作線性變換後，可達到以原點為中心，縮放 k 倍的效果；將任意坐標利用二階方陣 $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ 作線性變換後，可達到以原點為中心，逆時針旋轉 θ 的效果。

若地圖上有一條筆直的道路通過 $(0, 0)$ 與 $(1, 2)$ ，將地圖逆時針旋轉 45° 後，這條筆直的道路可以下列哪個方程式來表示？(單選)_____

- (A) $y = 3x$ (B) $y = 2x$ (C) $y = x$ (D) $y = -2x$ (E) $y = -3x$

小港高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 A 卷簡答

填充題(每格 6 分，超過 100 分以 100 分計算)

(多選題答錯一個選項得 3 分；錯 2 個或 2 個以上選項，不予給分)

1.	2.	3.	4.	5.
(A)(B)(E)	(B)(D)(E)	(A)(D)	5	$\begin{bmatrix} 12 & 1 & 14 \\ 15 & 10 & 20 \end{bmatrix}$
6.	7.	8.	9.	10.
$(2, 1)$	$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$	$(3, -1)$	70%	$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 20 & 7 \end{bmatrix}$
11.	12.	13.	14.	15.
-5	$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$	$(2, 11, -9)$	$\frac{27}{64}$	$\frac{4}{9}$
16.	17.			
12	(E)			