

瀛海高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題(一題 6 分，共 18 分)

- () 1. 已知三元一次聯立方程式 $\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y - z = -2 \\ 5x - ay - 2z = b \end{cases}$ ，若此三元一次聯立方程組無解，則 a 、 b 的值為
 (A) $a = 11$ 且 $b = 8$ (B) $a = 11$ 且 $b \neq -8$ (C) $a \neq 11$ 且 $b = 8$
 (D) $a \neq 11$ 且 $b \neq 8$ (E) $a = 11$ 且 $b \neq 0$
- () 2. 設 $A = \begin{bmatrix} -5 & 7 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ ，則 $A^4 + A^5 + A^6 = ?$
 (A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- () 3. 試求 $\begin{bmatrix} \cos 165^\circ & -\sin 165^\circ \\ \sin 165^\circ & \cos 165^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & -\sin 15^\circ \\ \sin 15^\circ & \cos 15^\circ \end{bmatrix}$ 的值為
 (A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

二、多重選擇題(一題 8 分，共 16 分)

- () 1. A 、 B 皆為二階轉移矩陣，請問下列何者一定也是轉移矩陣？
 (A) A^2 (B) AB (C) $\frac{1}{2}(A+B)$ (D) $\frac{1}{4}(A^2+B^2)$ (E) $2A-B$
- () 2. 下列哪些增廣矩陣所代表的一次聯立方程式是唯一一組解？
 (A) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 9 \\ -1 & -2 & -3 & -10 \end{bmatrix}$

三、填充題(一格 6 分，共 66 分)

1. 矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 & a \\ 1 & 1 & b & -1 \end{bmatrix}$ 經由列運算化簡得 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & c \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 已知 $X+Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ ， $X-Y = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$ ，則 $X = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 一礦物內含 A 、 B 、 C 三種放射性物質，放射出同一種輻射。已知 A 、 B 、 C 每公克分別會釋放出 1 單位、2 單位、1 單位的輻射強度，又知 A 、 B 、 C 每過半年其質量分別變為原來質量的 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 倍。於一年前測得此礦物的輻射強度為 66 單位，而半年前測得此礦物的輻射強度為 22 單位，且目前此礦物的輻射強度為 8 單位，已知目前此礦物中 A 、 B 、 C 物質之質量分別為 x 、 y 、 z 公克，則 $(x, y, z) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 已知 a_1, a_2, \dots, a_9 為等差數列且 k 為實數。若方程組 $\begin{cases} a_1x + a_2y - 2a_3z = k - 1 \\ a_4x + a_5y - 2a_6z = -k + 5 \\ a_7x + a_8y - 2a_9z = k - 9 \end{cases}$ 有解，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$ ，求 $A^6 =$ _____。

6. 若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 且 $A = I + B$ ，若 $A^{10} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & a & b \\ e & d & a \end{bmatrix}$ ，則 $(a, b, c, d, e) =$ _____。

7. $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & -1 \\ 1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$ ，則滿足 $A^n = I_2$ 的最小正整數 $n =$ _____。

8. 設 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 表示的變換為將平面上每一點對直線 $L: y = 2x$ 做鏡射，試求 $a + c =$ _____。

9. 假設有一家租車公司有兩個門市，顧客可以從其中任一門市租車而在任一門市還車。如果 $P = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix}$ 是一個轉移矩陣，他的第 (i, j) 元 P_{ij} 表示從 j 門市租的車在 i 門市還的機率。若剛開始時各門市各有 200 輛車，則經過一段長時間後，這兩處門市的車子大約相差_____輛。(假設每天每輛車子都有人租)

10. 設二階方陣 T 為在坐標平面上定義的線性變換，可將 $A(4, 3)$ 映射到 $A'(1, 0)$ 、將 $B(1, 2)$ 映射到 $B'(0, 1)$ ，且將 C 映射到 C' 。若 $\triangle A'B'C'$ 面積為 25，則 C 到直線 AB 的距離為_____。

11. 已知四條直線 $L_1: y = x$ ， $L_2: y = \sqrt{3}x$ ， $L_3: y = -x$ ， $L_4: y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$ ，滷蛋老師將點 (a, b) 依照下列四個步驟
(1)先對 L_1 做對稱 (2)再對 L_2 做對稱 (3)再對 L_3 做對稱 (4)再對 L_4 做對稱，所得的坐標，稱為一局四象對稱遊戲。今天滷蛋老師將 $(1, 0)$ 連續做 100 局四象對稱遊戲，請問最後的坐標點在_____。

瀛海高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 A 卷簡答

一、單選題(一題 6 分，共 18 分)

1.	2.	3.
(B)	(D)	(B)

二、多重選擇題(一題 8 分，共 16 分)

1.	2.
(A)(B)(C)	(A)(B)

三、填充題(一格 6 分，共 66 分)

1.	2.	3.	4.
13	$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$	$(4, 1, 2)$	5
5.	6.	7.	8.
$\begin{bmatrix} 64 & 0 \\ 0 & 64 \end{bmatrix}$	$(1, 20, 210, 0, 0)$	12	$\frac{1}{5}$
9.	10.	11.	
80	$25\sqrt{10}$	$(\frac{-1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2})$	