瑞祥高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、多重選擇題(一題 7 分，共 28 分，錯一個得 5 分，錯兩個得 3 分)

(　　)1. 考慮方程組$\begin{cases} x-2y+3z=-4 \\ -2x+3y-4z=a \\ 3x-4y+bz=0 \end{cases}$試依下列條件判斷解的情況？

(A)若$a\neq 2$，則必有一組解　(B)若$a=2$，則必有解　(C)若$b\neq 5$，則恰有一組解

(D)若$b=5$，則必無解　(E)若$a=2$、$b=5$，則有兩組以上的解

(　　)2. 若A、B皆為二階轉移矩陣，試判斷下列選項何者正確？

(A)矩陣A的乘法反方陣存在　(B)矩陣A的所有元總和可為 2.5　(C)$\det(AB)\neq 0$

(D) A^2為轉移矩陣　(E) $\frac{2A+B}{3}$不是轉移矩陣

(　　)3. 設A、B、C皆為二階方陣，I是二階單位方陣，O是零矩陣，則下列敘述何者正確？

(A)若$AB=I$則$BA=I$　(B)當$A\neq O$，且$B\neq O$時，則$AB=O$可能成立　(C) $(AB)^2=A^2B^2$

(D)若$AB=AC$且$A\neq O$，則$B=C$　(E)若$A^2=I_2$，則$A=I_2$或$A=-I_2$

(　　)4. 下列有關線性變換矩陣的敘述，試判斷何者正確？

(A)對x軸的鏡射矩陣為$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(B)對直線$\sqrt{3}x-y=0$的鏡射矩陣為$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(C)若坐標平面上一正方形面積為A，若經過伸縮矩陣$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$變換後，其新的圖形仍為正方形且面積為$|ab|A$

(D)順時針旋轉θ的旋轉矩陣為$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

(E)若以直線L為鏡射軸的鏡射矩陣為M，則$M^{-1}=M$

二、填充題(一格 6 分，共 72 分)

1. 試解方程組$\begin{cases} x+2y+z=8 \\ x+3y+2z=11 \\ 2x+9y+8z=33 \end{cases}$，其解$(x,y,z)=$________。

2. 設$A=\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} k & 3 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$，若$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$成立，試求$k$值為________。

3. 設直線L：$3x-y-3=0$經$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$變換後得直線$L'$：$ax+by+c=0$，試求$(a,b,c)=$________。

4. 設$A=\begin{bmatrix} 10 & 11 & 12 \\ -7 & -8 & -9 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} -8 & -10 & -9 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$，試求$AC+BC=$________。

5. 設$A=\begin{bmatrix}5&4\\3&2\end{bmatrix}$，$I=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$，若$B$、$C$為矩陣且$AB=I$，$CA=I$，試求$B+C=$________。

6. 設A、B兩箱中，A箱內有 2 白球；B箱內有 1 黑球。若甲、乙兩人輪流取球，每次先由甲自A箱內任取一球放入B箱內，再由乙自B箱任取一球放入A箱內，這樣稱作一局。當經過無數次操作取球後，試求穩定狀態時B箱內有 1 黑球的機率為________。

7. 設一個二階方陣A表示所做的線性變換為：先對直線$y=2x$做鏡射，再繞原點依順時針旋轉$\theta(0°<\theta<90°)$，且$\tan\theta=\frac{3}{4}$，最後再沿x、y軸方向各伸縮$\sqrt{2}$倍，試求此方陣$A=$________。

8. 若$[a_{ij}]_{12\times12}=\begin{bmatrix}1&3&6&10&\cdots&\cdots\\2&5&9&\vdots&\vdots&\vdots\\4&8&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\7&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&141\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&140&143\\\cdots&\cdots&\cdots&139&142&144\end{bmatrix}$，已知$a_{ij}=84$，則$(i,j)=$________。

9. 設a、b、c、d為實數，且矩陣$A=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$。若$A^{-1}\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$，$A^{-1}\begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10\\-7\end{bmatrix}$，則方程組$\begin{cases}ax+by=13\\cx+dy=42\end{cases}$的解為$(x,y)=$________。

10. 已知$A=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&\frac{\sqrt{3}}{2}\\\frac{\sqrt{3}}{2}&-\frac{1}{2}\end{bmatrix}$，$I=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$，若$(A+I)^4=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$，則$a+b+c+d=$________。

11. 設矩陣$A=[a_{ij}]_{20\times20}$，其中$a_{ij}=i^2+2j$，試求A所有元之和為________。

12. 設A是一個二階方陣，若$A\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&-\frac{\sqrt{2}}{2}\\0&\frac{\sqrt{2}}{2}\end{bmatrix}$，$A\begin{bmatrix}0&0\\1&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{\sqrt{2}}{2}&0\\-\frac{\sqrt{2}}{2}&0\end{bmatrix}$，則使$A^n=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$的最小正整數$n=$________。

瑞祥高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 A 卷簡答

一、多重選擇題(一題 7 分，共 28 分，錯一個得 5 分，錯兩個得 3 分)

1.	2.	3.	4.
(B)(C)(E)	(D)	(A)(B)	(A)(E)

二、填充題(一格 6 分，共 72 分)

1.	2.	3.	4.
$(4,1,2)$	6	$(\frac{5}{3},1,-7)$	$\begin{bmatrix}1 & 8\\ 2 & -10\end{bmatrix}$
5.	6.	7.	8.
$\begin{bmatrix}-2 & 4\\ 3 & -5\end{bmatrix}$	$\frac{1}{3}$	$\begin{bmatrix}0 & \sqrt{2}\\ \sqrt{2} & 0\end{bmatrix}$	$(8,6)$
9.	10.	11.	12.
(10,3)	$16+8\sqrt{3}$	65800	8