新莊高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題(一題 5 分，共 20 分)

(　　)1. 科學研習班 42 名社員的年級與性別分配如右表，已知性別與年級獨立，則高一女生社員共有幾名？

(A) 6　(B) 8　(C) 10　(D) 12　(E) 14

	高二	高一
男	16	8
女	a	b

(　　)2. 已知$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \\ g & h \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & y & z \\ p & q & r \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 6 & -2 \\ 8 & -3 & 7 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & -1 & 9 \end{bmatrix}$，試選出代表$\begin{bmatrix} c & d \\ g & h \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z & -x \\ r & -p \end{bmatrix}$的選項。

(A) $\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ -8 & -3 \end{bmatrix}$　(B) $\begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$　(C) $\begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$　(D) $\begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$　(E) $\begin{bmatrix} 8 & -7 \\ 3 & -9 \end{bmatrix}$

(　　)3. 考慮坐標平面上的一個〝皮笑肉不笑〞圖形如右圖。
若此圖形經二階方陣A、B、C所對應的線性變換後得圖形如圖(1)、圖(2)、圖(3)，且

⑥ $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ② $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ③ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ④ $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ⑤ $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

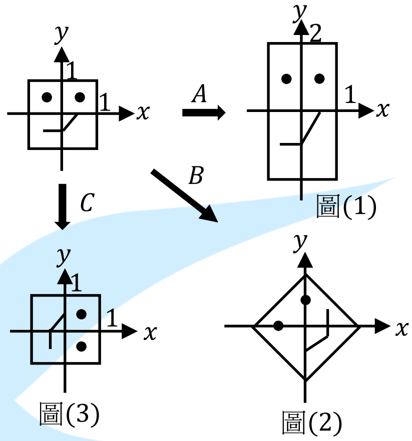
⑥ $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$ ⑦ $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$

則二階方陣A、B、C與①-⑦的正確配對為

(A) $A=$④、$B=$⑤、$C=$⑥　(B) $A=$③、$B=$⑦、$C=$⑤

(C) $A=$③、$B=$⑥、$C=$①　(D) $A=$③、$B=$⑥、$C=$⑤

(E) $A=$③、$B=$⑤、$C=$⑥



圖(1)　圖(3)　圖(2)

(　　)4. 已知某地區有 30%的人口感染某傳染病。針對該傳染病的快篩試劑檢驗，有陽性或陰性兩結果。已知該試劑將染病者判為陽性的機率為 80%，將未染病者判為陰性的機率則為 60% 。為降低該試劑將染病者誤判為陰性的情況，專家建議連續採檢二次，且知兩次採檢的結果互不影響。若單次採檢判為陰性者中，染病者的機率為P；而連續採檢二次皆判為陰性者中，染病者的機率為P'。試問$\frac{P}{P'}$最接近哪一選項？

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4　(E) 5

二、多選題(一題 6 分，共 36 分)

(　　)1. 下列機率值何者恰為$\frac{2}{15}$。

(A)已知甲、乙兩人射擊的命中率分別為$\frac{3}{5}$、$\frac{2}{3}$，若兩人同射一靶，每人個射擊一發，且射擊時彼此互不影響，則兩人均未射中靶面的機率。

(B)已知籤筒內的 15 支籤中有獎籤有 2 支，且每支籤被抽到的機會均等。今有甲、乙、丙三人，依甲、乙、丙的順序各抽出一支籤，且抽出後不放回，則丙抽中有獎籤的機率。

(C)連續投擲一顆公正的骰子兩次，在兩次點數不同的條件下，點數和為 8 的機率。

(D)袋中有 13 顆紅球與 2 顆白球，設每顆球被選取的機會均等，一次取一球，取後不放回，連續兩次，在第一次取到紅球的條件下，第二次取到白球的機率。

(E)某校高一新生健康檢查的結果，體重超重者占 45%，有心臟疾病者占 20%，兩者都有的占 6%，今任選一人檢驗，若已知此人有心臟疾病，則他體重超重的機率。

(　　)2. 設A與B皆為二階方陣，I是二階單位方陣，O是零矩陣，則下列個敘述哪些恆為真？
(A)若$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$，則$AB=BA$
(B)若$A^2+2AB=O$，則$A=O$或$A=-2B$
(C)若$A^2=I$，則A有乘法反方陣
(D)若A^2有乘法反方陣，則A有乘法反方陣
(E)若$A\neq O$，且$BA=CA$，則$B=C$

(　　)3. 設A、B、C為二階方陣，已知$A+B=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$且$C=\begin{bmatrix}2&2\\0&3\end{bmatrix}$，則下列敘述何者正確？
(A) $CA+CB=\begin{bmatrix}2&8\\6&18\end{bmatrix}$
(B)若$A-B=\begin{bmatrix}3&0\\-1&2\end{bmatrix}$，則$A=\begin{bmatrix}2&1\\1&3\end{bmatrix}$
(C)若$A-B=\begin{bmatrix}3&0\\-1&2\end{bmatrix}$，則$A^2-B^2=\begin{bmatrix}2&5\\5&7\end{bmatrix}$
(D)若$(A+B)X=\begin{bmatrix}1&1\\3&4\end{bmatrix}$，則$X=\begin{bmatrix}-2&-4\\0&1\end{bmatrix}$
(E)在坐標平面上，先往x方向推移y坐標 1 倍，再以原點為中心，往x方向伸縮 2 倍，y方向伸縮 3 倍的變換矩陣可表示為C

(　　)4. 下列敘述何者正確？
(A)若二階方陣A對應的線性變換是將坐標平面上的點以原點為中心逆時針旋轉$60°$，則A^{-1}為$\begin{bmatrix}\cos 60°&-\sin 60°\\\sin 60°&\cos 60°\end{bmatrix}$。
(B)坐標平面上的三角形經過二階方陣$\begin{bmatrix}\cos 60°&\sin 60°\\\sin 60°&\cos 60°\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\2&1\end{bmatrix}$變換後，面積可以保持不變。
(C)已知二階方陣$A=\begin{bmatrix}1&1\\-1&0\end{bmatrix}$，則$A^{2023}=\begin{bmatrix}1&1\\-1&0\end{bmatrix}$。
(D)已知二階方陣$A=\begin{bmatrix}\cos 60°&-\sin 60°\\\sin 60°&\cos 60°\end{bmatrix}$，則$A^{112}=-A$。
(E)若a為任意實數，則$\begin{bmatrix}a^2+2&3\\-2a&1\end{bmatrix}$必有乘法反方陣。

(　　)5. 袋中有 2 顆黃球、3 顆綠球與 1 顆紅球，其大小皆相同。今將袋中的球逐次取出，每次隨機取出一顆，取後不放回，直到所有球被取出為止。試選出正確的選項。
(A)「取出的第一顆為黃球」的機率大於「取出的第二顆為黃球」的機率。
(B)「取出的第一顆為黃球」與「取出的第二顆為黃球」兩者為獨立事件。
(C)「取出的第一顆為紅球」與「取出的第二顆為紅球」兩者為互斥事件。
(D)「取出的第一、二顆皆為黃球」的機率等於「取出的第一、二顆皆為綠球」的機率。
(E)「取出的前三顆皆為綠球」的機率小於「取出的前三顆球顏色皆相異」的機率。

(　　)6. 若機率$P(A)$、$P(B)$、$P(C)$皆不等於 0，下列敘述何者正確？
(A) $P(A'|B)=1-P(A|B)$。
(B)若A、B為互斥事件，則A、B必不為獨立事件。
(C)若A、B為獨立事件且$P(A)+P(B)=0.6$，則$P(A\cap B)$的最大值超過 0.1。
(D)若A、B為獨立事件，B、C為獨立事件，C、A為獨立事件，則A、B、C三事件獨立。
(E)若A、B、C為獨立事件，則$P(A|B\cap C)=P(A|B\cup C)$。

三、填充題(共 44 分)

1. 小明學校規定 7 點 40 分前到校才不算遲到，小明每天 7 點從自家門口出門上學，並將其搭車方式與到達學校時間統計如右表。若某日小明投擲一枚均勻的硬幣決定搭捷運或坐公車到學校，則在不遲到的條件下，小明搭捷運的機率為________。

搭車方式 / 機率 / 進校門時間	搭捷運	坐公車
$[7:28,7:32)$	0.1	0.1
$[7:32,7:36)$	0.2	0.2
$[7:36,7:40)$	0.4	0.3
$[7:40,7:44)$	0.2	0.3
$[7:44,7:48)$	0.1	0.1

2. 甲、乙、丙三人同時打靶，每人一發，已知甲、乙、丙的命中率依序為 0.5、0.3、0.4，且三人命中靶面的事件為獨立事件，若已知靶面恰中二發，則甲沒命中的機率為________。

3. 甲乙兩人比賽羽球(不得和局)，約定先勝 3 局者可獲得獎金 1350 元。設甲單局獲勝的機率為 $\frac{2}{3}$，且每局的比賽結果互不影響。已知當局比賽進行至甲勝 1 局、乙勝 1 局時，因故中止且不再比賽，至於獎金的分配，則依若繼續比賽兩人贏得比賽的機率之比例來分配，則甲應分得獎金________元。

4. 某線上課程平台提供甲、乙兩種商業課程訂閱，根據統計，訂閱甲課程經一年後仍訂閱甲課程者有 40%，其餘改訂乙課程；訂閱乙課程經一年後仍訂乙課程者為 70%，其餘則改訂甲課程。原本甲乙兩種課程訂閱戶數量相等，試求：經過三年後訂閱甲課程者的比例為________。

5. 在坐標平面上，$O(0,0)$、$A(3,1)$，已知$\triangle OBA$為一直角三角形，其中$\angle B$是直角，且B點在第一象限，若 $\tan\angle AOB=\frac{1}{2}$，則$B$點坐標為________。

6. 已知坐標平面上兩點$P(1,-1)$、$Q(-2,3)$經過二皆方陣A作線性變換後，得到對應的點$P'(1,-1)$、$Q'(-1,6)$，若此二階方陣A將點$R(-4,3)$對應到點$R'(a,b)$，則$a+b=$________。

7. 設直線L：$y=(2-\sqrt{3})x$，若點$P(x,y)$對直線L作鏡射後所得的點為$P'(2\sqrt{3}-1,2+\sqrt{3})$，則$P(x,y)=$________。$(\tan 15°=2-\sqrt{3})$

8. 設a、b、c、$d\in\left\{\frac{1}{4},\frac{1}{3},\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4}\right\}$，已知$A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$為轉移矩陣，則$A^{-1}$存在的機率為________。

新莊高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 A 卷簡答

一、單選題(一題 5 分，共 20 分)

1.	2.	3.	4.
(A)	(B)	(D)	(C)

二、多選題(一題 6 分，共 36 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.
(A)(B)(C)	(A)(C)(D)	(B)(C)(E)	(C)(D)	(C)(E)	(A)(B)(E)

三、填充題(共 44 分)

1.	2.	3.	4.
$\frac{7}{13}$	$\frac{6}{29}$	1000	0.3335
5.	6.	7.	8.
$(2,2)$	-5	$(4,-2)$	$\frac{4}{5}$