

左營高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題(1~5 題每題 4 分，6~11 題每題 5 分，共 50 分)

- ( ) 1. 若  $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$  且滿足  $a_{ij} = \begin{cases} 3i - j, & i \neq j \\ i^2 + j, & i = j \end{cases}$ ，則  $a_{31} + a_{22} =$   
 (A) 14 (B) 12 (C) 10 (D) 8 (E) 7
- ( ) 2. 若  $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ a+2b & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c-a \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ ，則  $b =$   
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- ( ) 3. 若  $3A + 2B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ， $2A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，則  $B =$   
 (A)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$  (E)  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$
- ( ) 4. 若  $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ ， $B = [b_{ij}]_{3 \times 4}$ ， $C = [c_{ij}]_{4 \times 2}$ ， $D = [d_{ij}]_{3 \times 3}$ ，則下列何者無意義？  
 (A)  $AB$  (B)  $BC$  (C)  $ABC$  (D)  $AC$  (E)  $ADB$
- ( ) 5. 若  $\begin{bmatrix} 1 & a \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 11 & -3 \end{bmatrix}$ ，則  $a =$   
 (A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 5
- ( ) 6. 設二階方陣  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ， $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，試計算  $A^2 - 5A =$   
 (A) 6 (B) -6 (C)  $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$  (E)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
- ( ) 7. 若二階方陣  $A = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$ ，則  $A^{-1} =$   
 (A)  $\begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} -5 & -8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} -5 & 8 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$  (E)  $\begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$
- ( ) 8. 若聯立方程式  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ ，則  $(x, y) =$   
 (A) (14, 7) (B) (-7, -14) (C) (-14, -7) (D) (1, 2) (E) (2, 1)
- ( ) 9. 已知二階方陣  $A$  滿足： $2 \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$ 、 $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ ，試求  $A =$   
 (A)  $\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & 3 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$  (E)  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$
- ( ) 10. 設  $P$ 、 $Q$ 、 $R$  為二階矩陣，若  $PQ = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ 、 $PR = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 、 $Q + R = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$ ，則  $P =$   
 (A)  $\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} \frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{3}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 13 & 9 \\ 44 & 31 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$  (E)  $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -20 & 9 \end{bmatrix}$
- ( ) 11. 若二階方陣  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ，滿足  $AX - X = A$ ，則  $X =$   
 (A)  $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  (E)  $\begin{bmatrix} \frac{3}{7} & -\frac{2}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix}$

二、多重選擇題(一題 5 分，共 25 分)

- ( ) 1. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  為實數， $A$ 、 $B$  為二階方陣， $O$  為二階零矩陣， $I$  為二階單位方陣  
 (A) 若  $AB = O$ ，則  $BA = O$  (B) 若  $AB = O$ ，則  $A = O$  或  $B = O$  (C) 若  $AB = I$ ，則  $BA = I$   
 (D) 若  $A^2 = I$ ，則  $A = I$  或  $A = -I$  (E)  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  滿足  $ad - bc \neq 0$ ，若  $AB = AC$ ，則  $B = C$
- ( ) 2. 已知二階方陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ， $B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ ，試求  $(AB)^{-1} =$   
 (A)  $A^{-1}B^{-1}$  (B)  $B^{-1}A^{-1}$  (C)  $\begin{bmatrix} 7 & -18 \\ -5 & 13 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 16 & -7 \\ -9 & 4 \end{bmatrix}$  (E)  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
- ( ) 3. 設二階方陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ 、 $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，下列選項何者正確？  
 (A)  $A^2 = I$  (B)  $A^{2k+1} = 2^k A$ ， $k$  為正整數 (C)  $A^{2k} = 2^k I$ ， $k$  為正整數  
 (D)  $A^3 = 4A$  (E)  $A^{10} = 32I$

( ) 4. 下列哪些二階方陣可以使 $\triangle ABC$ 經該方陣變換後面積保持不變？

(A)  $\begin{bmatrix} \cos 10^\circ & -\sin 10^\circ \\ \sin 10^\circ & \cos 10^\circ \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (E)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

( ) 5. 下列各選項中，哪些正確？

(A)  $\begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{bmatrix} \cos 120^\circ & -\sin 120^\circ \\ \sin 120^\circ & \cos 120^\circ \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} \cos 120^\circ & \sin 120^\circ \\ \sin 120^\circ & -\cos 120^\circ \end{bmatrix}^3$   
 (D)  $\begin{bmatrix} \cos 120^\circ & -\sin 120^\circ \\ \sin 120^\circ & \cos 120^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 120^\circ & -\sin 120^\circ \\ \sin 120^\circ & \cos 120^\circ \end{bmatrix}^{-1}$   
 (E)  $\begin{bmatrix} \cos 120^\circ & \sin 120^\circ \\ \sin 120^\circ & -\cos 120^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 120^\circ & \sin 120^\circ \\ \sin 120^\circ & -\cos 120^\circ \end{bmatrix}^{-1}$

### 三、填充題(一題 5 分，共 25 分)

1. 小佐使用高斯消去法，在紙上解三元一次方程組如下

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & a & 11 \\ 2 & b & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 & c \end{bmatrix} \rightarrow \cdots \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \text{ 則 } a + b + c = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 0.3 & b \\ a & c \end{bmatrix}$ 為轉移矩陣且 $A^2 = \begin{bmatrix} p & q \\ 0.35 & r \end{bmatrix}$ ，則數對 $(b, r) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 一實驗室培養兩種菌，令 $\langle a_n \rangle$ 和 $\langle b_n \rangle$ 分別代表兩種培養菌在時間點 $n$ 的數量，彼此有如下的關係：

$a_{n+1} = 2a_n + b_n$ ， $b_{n+1} = 3b_n (n = 0, 1, 2, \dots)$ 。若二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $\begin{bmatrix} a_{n+4} \\ b_{n+4} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$ ，其中 $n = 1, 2, \dots$ ，求 $a + b + c + d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在坐標平面上， $\triangle ABC$ 的三頂點為 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$ ， $\triangle A'B'C'$ 的三頂點為 $A'(2x_1 + 3y_1, 4x_1 + y_1)$ 、 $B'(2x_2 + 3y_2, 4x_2 + y_2)$ 、 $C'(2x_3 + 3y_3, 4x_3 + y_3)$ ，且 $\triangle A'B'C'$ 的面積為 35，求 $\triangle ABC$ 的面積=  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 在坐標平面上，考慮二階方陣 $A = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 所定義的線性變換。對於平面上異於原點 $O$ 的點 $P_1$ ，設 $P_1$ 經 $A$ 變換成 $P_2$ ， $P_2$ 經 $A$ 變換成 $P_3$ ，試求 $\cos(\angle P_1OP_3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

## 左營高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 A 卷簡答

一、單選題(1~5 題每題 4 分，6~11 題每題 5 分，共 50 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
(A)	(B)	(E)	(D)	(A)	(D)	(B)	(E)	(C)	(C)	(B)

二、多重選擇題(一題 5 分，共 25 分)

1.	2.	3.	4.	5.
(C)(E)	(B)(D)	(B)(C)(E)	(A)(D)	(A)(E)

三、填充題(一題 5 分，共 25 分)

1.	2.	3.	4.
-19	(0.8, 0.6)	162	$\frac{7}{2}$
5.			
$\frac{7}{25}$			