國立中山附中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題(一題 5 分，共 15 分)

(　　)1. 設$A=\begin{bmatrix}1&0\\-2&2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1&3\\1&-1\end{bmatrix}$，求$\det(A+B)$之值？

(A) -8　(B) -5　(C) -2　(D) 2　(E) 5

(　　)2. 在坐標平面上，將點$A(k\,,-k)$先鉛直推移x坐標的$\frac{1}{3}$倍，再以原點為中心，沿著x軸方向伸縮 2 倍，沿著y軸方向伸縮 6 倍，得點$A'(t\,,12)$，試求t值為？

(A) -6　(B) $-\frac{14}{3}$　(C) $-\frac{3}{2}$　(D) $\frac{3}{2}$　(E) $\frac{14}{3}$

(　　)3. 設甲袋有二白球，乙袋有一黑球，先自甲袋取一球放入乙袋，再自乙袋取一球放入甲袋，如此稱為一局，試求第三局結束後，甲袋中仍有二白球的機率為？

(A) $\frac{1}{2}$　(B) $\frac{3}{8}$　(C) $\frac{5}{8}$　(D) $\frac{11}{32}$　(E) $\frac{21}{32}$

二、多選題(一題 8 分，錯一個選項扣 3 分，錯三個選項以上不得分，共 16 分)

(　　)1. 下列關於特殊線性變換的敘述何者正確？

(A)將平面上一點以原點為中心順時針方向旋轉$45°$的線性變換矩陣為$\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\\-\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\end{bmatrix}$

(B)將平面上一點以原點為中心伸長 2 倍的線性變換矩陣為$\begin{bmatrix}1&2\\0&1\end{bmatrix}$

(C)將平面上一點對x軸作鏡射的線性變換矩陣為$\begin{bmatrix}1&0\\0&-1\end{bmatrix}$

(D)設A、B皆為鏡射矩陣，則AB為旋轉矩陣

(E)設A為旋轉矩陣，B為鏡射矩陣，則AB為旋轉矩陣

(　　)2. 設a、b、c為實數，關於三元一次聯立方程式$\begin{cases}x-2y-az=3\\2x+y+bz=16\\3x-2y+az=c\end{cases}$，下列何者正確？

(A)若$a=3$，$b=1$，$c=-1$，則此聯立方程式有解

(B)若$b\neq 3a$，則此聯立方程式有解

(C)若此聯立方程式有解，則$c=17$

(D)若$b=3a$，則此聯立方程式無解

(E)若此聯立方程式無解，則$c\neq 17$

三、填充題(共 69 分)

1. 設二階方陣A滿足$\begin{bmatrix}11&5\end{bmatrix}A=\begin{bmatrix}2&1\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}15&7\end{bmatrix}A=\begin{bmatrix}4&3\end{bmatrix}$，則矩陣$A=$________。

2. 設二階方陣$A=\begin{bmatrix}x&1\\2&x+3\end{bmatrix}$，其中$x$為整數，由$\vec{a}$、$\vec{b}$決定的平行四邊形之面積為 10，而由$\vec{a}$、$\vec{b}$決定的平行四邊形經$A$線性變換後的四邊形之面積為 40，求$x$的值為________。(有兩解)

3. 已知有兩方陣A、B，且$(A+B)$的反方陣為$\begin{bmatrix}-7&3\\5&-2\end{bmatrix}$，$(A-B)$的反方陣為$\begin{bmatrix}-3&1\\1&0\end{bmatrix}$，試求$A^2-B^2=$________。

4. 已知直線L：$y=2x$，求點$P(-4,2)$對直線L鏡射的對應點P'之坐標為________。

5. 已知正三角形ABC中兩頂點坐標$A(0,0)$、$B(2,2)$，求頂點C的坐標為________。(有兩解)

6. 光彥、元太、柯南三人在玩傳遞密碼的遊戲，約定第一位同學以矩陣形式表示密碼$X=\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$後，須將矩陣$X$左乘二階方陣$A=\begin{bmatrix}2&1\\4&3\end{bmatrix}$得到矩陣$Y$的新密碼，即$AX=Y$，再將新密碼$Y$傳給下一位同學。今光彥傳給元太，元太再傳給柯南，已知過程中都有遵守遊戲規則也沒算錯，則柯南得到元太傳來的$\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$，可推論一開始光彥設定的密碼$X$為________。

7. 直線$3x+2y=4$再矩陣$\begin{bmatrix}1&2\\3&1\end{bmatrix}$線性變換下所得新的直線之斜率為________。

8. 已知A為二階方陣且A^{-1}存在，若$A+2A^{-1}=3I$，其中I為二階單位方陣，則當$A^3=\alpha A+\beta I$時，數對$(\alpha,\beta)=$________。

9. 求$\begin{bmatrix}\sqrt{3}&-1\\1&\sqrt{3}\end{bmatrix}^{12}=$________。

10. 設a、b、c、$d\in\mathbb{R}$。已知方程組$\begin{cases}4x+4y+2az=b\\x+ay+2z=c\\2y+az=d\end{cases}$，除了有一解為$(1,0,1)$外，還有其他的相異解，若$a>0$，則$a+b=$________。

11. 假設小白上學搭車方式有坐公車與搭捷運兩種選擇。根據統計，小白的習慣如下：
若今天坐公車上學，明天有 50%的機率繼續坐公車，有 50%的機率改搭捷運，
若今天搭捷運上學，明天有 90%的機率繼續搭捷運，有 10%的機率改坐公車，
已知小白第一天早上坐公車上學，令a_n、b_n分別代表第n天早上坐公車、搭捷運的機率，試回答以下問題。
(1)若轉移矩陣A滿足$\begin{bmatrix}a_{n+1}\\b_{n+1}\end{bmatrix}=A\begin{bmatrix}a_n\\b_n\end{bmatrix}$，則$A$為________。
(2)計算第三天坐公車上學的機率是多少？________
(3)對於轉移矩陣A，若狀態X滿足$AX=X$，則稱X為穩定狀態，此穩定狀態就是長期會趨向的狀態。試求小白長期下來搭公車上學的機率會趨向多少？________

國立中山附中 111 學年度 第二學期 第二次段考 高二數學科 A 卷簡答

一、單選題(一題 5 分，共 15 分)

1.	2.	3.
(E)	(A)	(D)

二、多選題(一題 8 分，錯一個選項扣 3 分，錯三個選項以上不得分，共 16 分)

1.	2.
(A)(C)(D)	(A)(B)(E)

三、填充題(共 69 分)

1.	2.	3.	4.
$\begin{bmatrix}-3 & -4\\ 7 & 9\end{bmatrix}$	-1or-2	$\begin{bmatrix}4 & 9\\ 12 & 25\end{bmatrix}$	$(4,-2)$
5.	6.	7.	8.
$(1-\sqrt{3},1+\sqrt{3})$ or $(1+\sqrt{3},1-\sqrt{3})$	$\begin{bmatrix}2\\ -3\end{bmatrix}$	$-\frac{3}{4}$	$(7,-6)$
9.	10.	11.(1)	11.(2)
$\begin{bmatrix}4096 & 0\\ 0 & 4096\end{bmatrix}$	10	$\begin{bmatrix}0.5 & 0.1\\ 0.5 & 0.9\end{bmatrix}$	0.3
11.(3)			
$\frac{1}{6}$			

答對	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	7	14	21	27	33	38	43	48	53	57	61	65	69