

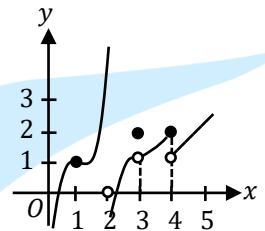
瀛海高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 B 卷

一、單選題(一題 4 分，共 8 分)

- () 1. 數列 a_1, a_2, \dots 中，其奇數項是一個公比為 $\frac{1}{3}$ 的等比數列，而偶數項是一個公比為 $\frac{1}{2}$ 的等比數列，且 $a_1 = 3$ ， $a_2 = 2$ 。選出正確的選項。
- (A) $a_4 > a_5 > a_6 > a_7$ (B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$ (C) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ (D) $\frac{a_{10}}{a_{11}} > 10$ (E) $\sum_{n=1}^{100} a_n > 9$
- () 2. 已知函數 $f(x) = x^2 + 3$ ， $g(x) = \cos x$ ， $h(x) = |x|$ ， $k(x) = \frac{x}{|x|}$ ，選出錯誤的選項。
- (A) $f(x)$ 為偶函數 (B) $g(x)$ 的圖形對稱於 y 軸 (C) $h(x)$ 的圖形對稱於 y 軸
(D) $k(x)$ 的圖形對稱於原點 (E) 以上四個函數皆適用於介值定理(中間值定理)

二、多選題(一題 8 分，配分 8-5-2-0，共 24 分)

- () 1. 設函數 $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ($x \neq 0$)，請選出正確的選項。
- (A) 當 x 從右邊趨近 0 時， $f(x)$ 會趨近 1 (B) 當 x 從左邊趨近 0 時， $f(x)$ 會趨近 1
(C) 當 x 趨近 0 時， $f(x)$ 會趨近 1 (D) $f(x)$ 是連續函數 (E) $f(x)$ 在 $x = 0$ 的極限不存在
- () 2. 如右圖，此為函數 $y = f(x)$ 的圖形，請選出正確的選項。
- (A) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$
(B) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 不存在
(C) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$
(D) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$
(E) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = f(4)$
- () 3. 已知一無窮等比級數的首項為 $0.\bar{3}$ ，第二項為 $0.0\bar{6}$ ，請選出正確的選項。
- (A) 首項為 0.333 (B) 第二項為 $\frac{1}{15}$ (C) 公比為 $\frac{1}{20}$
(D) 無窮等比級數的和為 $\frac{5}{12}$ (E) 此級數為發散級數



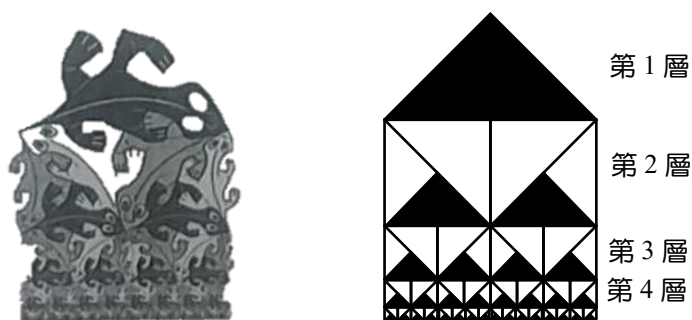
三、填充題(一格 5 分，共 60 分)

1. 計算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1}}{3^n - 4^n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 計算 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x| - x}{|x| - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 計算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^2 + 3n^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 計算 $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2}{x-2} - \frac{4}{x^2 - 3x + 2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & \text{若 } x \geq -2 \\ -x^2 + a, & \text{若 } x < -2 \end{cases}$ 在 $x = -2$ 處連續，求實數 a 的值 = _____。
6. 已知函數 $f(x) = x^2 + x + 1$ 與 $g(x) = x - 3$ ，合成函數為 $(f \cdot g)(x)$ ，求 $(f \cdot g)(1) =$ _____。
7. 設 $f(x)$ 為三次多項式函數，且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 1$ ，求 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$ _____。
8. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a+2b)n^2 - (3a-2b)n^2 + 5n}{2n^2 + 3} = 4$ ，求常數 $a + b =$ _____。
9. 已知無窮數列 $\{a_n\}$ 中的每一項 a_n 都滿足 $n^2 - 2n + 3 \leq n^2 a_n \leq n^2 + 2n + 4$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 的值為 _____。
10. 設 a 為實數，且極限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - 6}{x^2 + 2x - 3}$ 存在，求此極限值為 _____。
11. 甲、乙兩人輪流投擲一粒公正骰子，約定如下：當擲出點數為質數點數時，此人獲勝；當擲出點數不為質數點數時，改由另一人投擲。已知由甲先投擲，求甲獲勝的機率為 _____。
12. 盒子裡有 n ($n > 4$) 顆大小相同的球，其中有 1 顆紅球、3 顆藍球以及 $n - 4$ 顆白球。從盒子裡隨機同時抽取 3 球，所得球的計分方式為每顆紅球、藍球及白球分別為 $3n$ 分、 $2n$ 分及 1 分。若所得分數的期望值為 E_n ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} E_n =$ _____。

四、素養題(一題 4 分，共 8 分)

下圖(a)為艾薩爾作品《德魯斯插圖》，圖中黑色的蜥蜴由上而下按比例縮小，其幾何模型可用圖(b)來呈現。



如圖(b)所示，第 1 層有 1 個黑色等腰直角三角形，第 2 層有 2 個黑色等腰直角三角形，第 3 層有 4 個黑色等腰直角三角形，...，以此類推，可得到無窮多個黑色等腰直角三角形。已知第 1 層的黑色等腰直角三角形的面積為 3，請回答下列問題：

(1)第 2 層黑色等腰直角三角形的面積總和為 m ，第 4 層黑色等腰直角三角形的面積總和為 n ，求 n 是 m 的_____倍。

(2)所有黑色等腰直角三角形面積的總和為_____。



瀛海高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 B 卷簡答

一、單選題(一題 4 分，共 8 分)

1.	2.
(D)	(E)

二、多選題(一題 8 分，配分 8-5-2-0，共 24 分)

1.	2.	3.
(A)(E)	(C)	(B)(D)

三、填充題(一格 5 分，共 60 分)

1.	2.	3.	4.
-4	0	$\frac{1}{9}$	8
5.	6.	7.	8.
-4	3	54	-1
9.	10.	11.	12.
1	$\frac{7}{4}$	$\frac{2}{3}$	30

四、素養題(一題 4 分，共 8 分)

1.	2.
$\frac{1}{4}$	6