

瀛海高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 B 卷

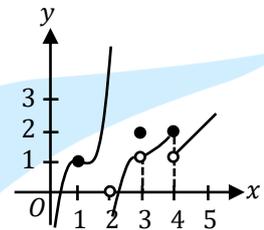
一、單選題(一題 4 分，共 8 分)

- ( ) 1. 數列  $a_1, a_2, \dots$  中，其奇數項是一個公比為  $\frac{1}{3}$  的等比數列，而偶數項是一個公比為  $\frac{1}{2}$  的等比數列，且  $a_1 = 3$ ， $a_2 = 2$ 。選出正確的選項。  
 (A)  $a_4 > a_5 > a_6 > a_7$     (B)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$     (C)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$     (D)  $\frac{a_{10}}{a_{11}} > 10$     (E)  $\sum_{n=1}^{100} a_n > 9$
- ( ) 2. 已知函數  $f(x) = x^2 + 3$ ， $g(x) = \cos x$ ， $h(x) = |x|$ ， $k(x) = \frac{x}{|x|}$ ，選出錯誤的選項。  
 (A)  $f(x)$  為偶函數    (B)  $g(x)$  的圖形對稱於  $y$  軸    (C)  $h(x)$  的圖形對稱於  $y$  軸  
 (D)  $k(x)$  的圖形對稱於原點    (E) 以上四個函數皆適用於介值定理(中間值定理)

二、多選題(一題 8 分，配分 8-5-2-0，共 24 分)

- ( ) 1. 設函數  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  ( $x \neq 0$ )，請選出正確的選項。  
 (A) 當  $x$  從右邊趨近 0 時， $f(x)$  會趨近 1    (B) 當  $x$  從左邊趨近 0 時， $f(x)$  會趨近 1  
 (C) 當  $x$  趨近 0 時， $f(x)$  會趨近 1    (D)  $f(x)$  是連續函數    (E)  $f(x)$  在  $x = 0$  的極限不存在

- ( ) 2. 如右圖，此為函數  $y = f(x)$  的圖形，請選出正確的選項。  
 (A)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$   
 (B)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  不存在  
 (C)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$   
 (D)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$   
 (E)  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = f(4)$



- ( ) 3. 已知一無窮等比級數的首項為  $0.\bar{3}$ ，第二項為  $0.0\bar{6}$ ，請選出正確的選項。  
 (A) 首項為 0.333    (B) 第二項為  $\frac{1}{15}$     (C) 公比為  $\frac{1}{20}$   
 (D) 無窮等比級數的和為  $\frac{5}{12}$     (E) 此級數為發散級數

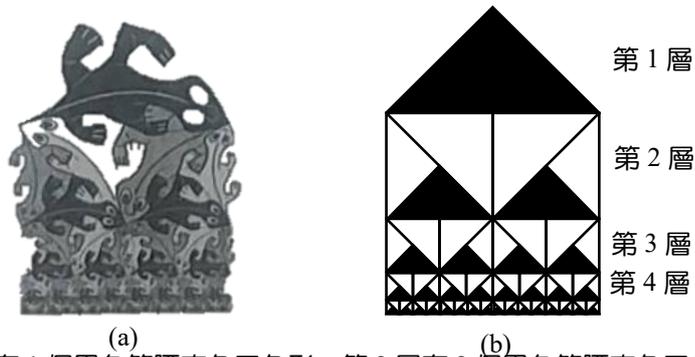
三、填充題(一格 5 分，共 60 分)

1. 計算  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1}}{3^n - 4^n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 計算  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x| - x}{|x| - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 計算  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^2 + 3n^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 計算  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2}{x-2} - \frac{4}{x^2 - 3x + 2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 已知函數  $f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & \text{若 } x \geq -2 \\ -x^2 + a, & \text{若 } x < -2 \end{cases}$  在  $x = -2$  處連續，求實數  $a$  的值 = \_\_\_\_\_。
6. 已知函數  $f(x) = x^2 + x + 1$  與  $g(x) = x - 3$ ，合成函數為  $(f \cdot g)(x)$ ，求  $(f \cdot g)(1) =$  \_\_\_\_\_。
7. 設  $f(x)$  為三次多項式函數，且  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 1$ ，求  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$  \_\_\_\_\_。
8. 已知  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a+2b)n^2 - (3a-2b)n^2 + 5n}{2n^2 + 3} = 4$ ，求常數  $a + b =$  \_\_\_\_\_。
9. 已知無窮數列  $\{a_n\}$  中的每一項  $a_n$  都滿足  $n^2 - 2n + 3 \leq n^2 a_n \leq n^2 + 2n + 4$ ，求  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  的值為 \_\_\_\_\_。
10. 設  $a$  為實數，且極限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - 6}{x^2 + 2x - 3}$  存在，求此極限值為 \_\_\_\_\_。
11. 甲、乙兩人輪流投擲一粒公正骰子，約定如下：當擲出點數為質數點數時，此人獲勝；當擲出點數不為質數點數時，改由另一人投擲。已知由甲先投擲，求甲獲勝的機率為 \_\_\_\_\_。
12. 盒子裡有  $n$  ( $n > 4$ ) 顆大小相同的球，其中有 1 顆紅球、3 顆藍球以及  $n - 4$  顆白球。從盒子裡隨機同時抽取 3 球，所得球的計分方式為每顆紅球、藍球及白球分別為  $3n$  分、 $2n$  分及 1 分。若所得分數的期望值為  $E_n$ ，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} E_n =$  \_\_\_\_\_。

四、素養題(一題 4 分，共 8 分)

下圖(a)為艾薩爾作品《德魯斯插圖》，圖中黑色的蜥蜴由上而下按比例縮小，其幾何模型可用圖(b)來呈現。



如圖(b)所示，第 1 層有 1 個黑色等腰直角三角形，第 2 層有 2 個黑色等腰直角三角形，第 3 層有 4 個黑色等腰直角三角形，...，以此類推，可得到無窮多個黑色等腰直角三角形。已知第 1 層的黑色等腰直角三角形的面積為 3，請回答下列問題：

- (1)第 2 層黑色等腰直角三角形的面積總和為 $m$ ，第 4 層黑色等腰直角三角形的面積總和為 $n$ ，求 $n$ 是 $m$ 的\_\_\_\_\_倍。
- (2)所有黑色等腰直角三角形面積的總和為\_\_\_\_\_。



瀛海高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 B 卷簡答

一、單選題(一題 4 分，共 8 分)

1.	2.
(D)	(E)

二、多選題(一題 8 分，配分 8-5-2-0，共 24 分)

1.	2.	3.
(A)(E)	(C)	(B)(D)

三、填充題(一格 5 分，共 60 分)

1.	2.	3.	4.
-4	0	$\frac{1}{9}$	8
5.	6.	7.	8.
-4	3	54	-1
9.	10.	11.	12.
1	$\frac{7}{4}$	$\frac{2}{3}$	30

四、素養題(一題 4 分，共 8 分)

1.	2.
$\frac{1}{4}$	6