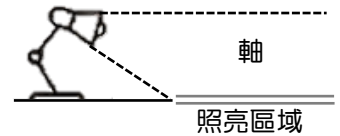


鳳新高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 B 卷

一、單選題(一題 5 分，共 10 分)

- () 1. 利用反方陣解矩陣方程式的方法運用在密碼學中，首先用矩陣將英文字母編碼，例如： a 以 $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 表示， b 以 $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ 表示， c 以 $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ 表示， \dots ， z 以 $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$ 表示。而單字「box」以 $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ 表示，其餘類推。今為了保密將某英文單字以矩陣 A 表示並加密後再傳出，方法如下：選取兩個二階方陣 $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ 、 $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，計算 $(B + 2C)A$ 後，再傳出。假設收到的內容為矩陣 $\begin{bmatrix} 14 & 13 & 8 \\ 35 & 32 & 20 \end{bmatrix}$ ，則原單字為何？
(A)dog (B)cat (C)you (D)cow (E)god
- () 2. 圖為一桌面上的檯燈，已知其照射的燈光成直圓錐狀，其燈罩上緣所發出光線與桌面平行，則燈光在桌面上照亮區域所形成的邊界是哪個圓錐曲線的一部份？
(A)圓 (B)拋物線 (C)橢圓 (D)雙曲線



二、多選題(一題 5 分，答錯 1 個選項得 3 分，答錯 2 個選項得 1 分，其餘 0 分，共 10 分)

- () 1. 在坐標平面上，已知線性變換的二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，且其行列式值不為零，下列選項何者正確？
(A)直線經過 A 變換後仍為直線 (B)直線經過 A 變換後仍為線段
(C)向量經過 A 變換後仍為向量 (D)正方形經過 A 變換後仍為正方形
(E)若向量 $\vec{u} = (x, y)$ 經過 A 變換後對應的向量為 \vec{u}' ，則 $\vec{u}' = x(a, c) + y(b, d)$
- () 2. 設 $A = [a_{ij}]_{4 \times 4}$ 滿足 $a_{ij} = \begin{cases} i, & i > j \\ j, & i \leq j \end{cases}$ ，下列何者為真？
(A) $a_{12} = 3$ (B) $a_{22} = 2$ (C) $a_{13} = 4$ (D)所有元素和為 50 (E)所有元素和為 100

三、填充題(一格 5 分，共 80 分)

1. 已知二階方陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$ ，是求矩陣 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ， $AX - X = 9(A + I)$ ， $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則二階方陣 $X = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 設矩陣 A 、 B 滿足 $3A + 2B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ ， $2A + B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，求 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，且單位方陣 $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $A^{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. $L: x + 2y = 2$ 經變換 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 後，變成直線 L' ，則 L' 方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 設 A 為 n 階方陣，各元均為自然數，其排列如右圖，則矩陣 A 的第 $(5, 3)$ 元為_____。

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 & \dots \\ 3 & 5 & 8 & \dots & \dots \\ 6 & 9 & \dots & \dots & \dots \\ 10 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

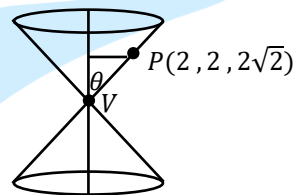
7. 已知空間中一平面 E 與直圓錐面截出長軸長為 12 的橢圓，且橢圓上距離頂點最近的距離為 8，最遠的距離為 10，則直圓錐面頂點到橢圓中心的距離為_____。

8. 設 P 、 Q 、 R 為二階方陣，已知 $PQ = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 12 & 0 \end{bmatrix}$ ， $PR = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 12 \end{bmatrix}$ 且 $Q + R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ ，則 $P =$ _____。

9. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & a \end{bmatrix}$ 滿足 $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ，求實數 a 為_____。

10. 已知二階方陣 A 滿足 $A^3 = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ，且 $A^5 = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ ，求二階方陣 A 為_____。

11. 圖為坐標空間中的一直圓錐面，已知頂點 V 為原點 $(0, 0, 0)$ ，直圓錐面的軸為 z 軸。已知 $P(2, 2, 2\sqrt{2})$ 在直圓錐面的一條母線上，則通過 P 點的母線與 z 軸的銳夾角 $\theta =$ _____。



12. 已知矩陣 $\begin{bmatrix} a-2 & 3 \\ 2 & a+3 \end{bmatrix}$ 沒有反方陣，求 a 的值為_____。

13. 設二元一次聯立方程式 $\begin{cases} ax + by = -2 \\ cx + dy = 6 \end{cases}$ ，已知矩陣 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 的反方陣為 $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ，求此聯立方程式的解為_____。

14. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ， $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，已知 $(I + A)^3 = aI + bA$ ，求 $a + b =$ _____。

15. 已知 A 、 B 皆為二階方陣， $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ， B 的反方陣 $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ，求 $(AB)^{-1}$ 為_____。

16. 若二階方陣 A ，使 A 的變換將 $P(2, 2)$ 變為 $P'(0, 2)$ ，將 $Q(0, 3)$ 變為 $Q'(3, 3)$ ，則 $A =$ _____。

鳳新高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 B 卷簡答

一、單選題(一題 5 分，共 10 分)

1.	2.
(E)	(B)

二、多選題(一題 5 分，答錯 1 個選項得 3 分，答錯 2 個選項得 1 分，其餘 0 分，共 10 分)

1.	2.
(A)(B)(C)(E)	(A)(B)(C)(D)

三、填充題(一格 5 分，共 80 分)

1.	2.	3.	4.
$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -3 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1024 & 1023 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
5.	6.	7.	8.
$x = 2$	22	$\frac{20}{3}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$
9.	10.	11.	12.
7	$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$	45°	3 或 -4
13.	14.	15.	16.
$x = 0, y = 2$	14	$\begin{bmatrix} -7 & 9 \\ 10 & -13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$