

前鎮高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 B 卷

一、填充題(一格 6 分)

1. 設 $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 1 & 5 \\ 8 & 7 & -7 & 6 & -6 \\ 3 & -1 & -8 & 16 & 15 \end{bmatrix}$, 則 A 中第 2 行 3 列的元為_____。

2. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, 則 $3B - 2A =$ _____。

3. 設 $\begin{bmatrix} 4 & 2a+1 \\ -3b & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$, 則數對 $(a, b) =$ _____。

4. 已知 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ 。若 $AX + 5B = X$, 則 $X =$ _____。

5. 已知 A 、 B 是二階方陣, $2A + B = \begin{bmatrix} 10 & -7 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$, $2A - B = \begin{bmatrix} 6 & -13 \\ 7 & 17 \end{bmatrix}$, 試求 $A^2 - B^2 =$ _____。

6. 已知二階方陣 P 滿足 $P \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 11 \end{bmatrix}$, $P \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \end{bmatrix}$, 則矩陣 P 為_____。

7. 設 x 、 y 為實數, 且滿足 $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 14 \end{bmatrix}$, 則 $2x + 3y =$ _____。

8. 設 M 是一個 3×2 階矩陣且 $M \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 6 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$, $M \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 0 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$, 則 $M \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ _____。

9. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$, 試求 $AB =$ _____。

10. 若 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 9 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$, $B^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$, 則 $(AB)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$,

(1) 求點 $P(-3, 5)$ 經過 A 作線性變換後所對應的點 P' 的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 求一點 Q , 使得它經過 A 作線性變換後的對應點為 $Q'(3, -4)$, Q 點的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 試求:

(1) $A^2 = aA + bI_2$, 求實數 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $A^4 + 3A^3 - 2A^2 + A + 2I_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 試判斷下列哪些方陣有乘法反方陣? $\underline{\hspace{2cm}}$ (多選題)

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -9 & -12 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

14. 已知矩陣 A 滿足 $A^3 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ 且 $A^5 = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -5 & 13 \end{bmatrix}$, 試求矩陣 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、填充題(共 10 分)

1. 假設 $U.B.$ 先生要傳 “I LOVE YOU” 的訊息給朋友, 雙方約定好用 01、02、...、26 分別表示 A 、 B 、...、 Z 並用 00 表示空格

$A = 01$	$B = 02$	$C = 03$	$D = 04$	$E = 05$	$F = 06$
$G = 07$	$H = 08$	$I = 09$	$J = 10$	$K = 11$	$L = 12$
$M = 13$	$N = 14$	$O = 15$	$P = 16$	$Q = 17$	$R = 18$
$S = 19$	$T = 20$	$U = 21$	$V = 22$	$W = 23$	$X = 24$
$Y = 25$	$Z = 26$				

這樣就能將訊息寫成密碼 “09001215220500251521” 來取代 “I LOVE YOU”。但是這樣的做法容易被別人發現, 為了保密, $U.B.$ 找了一個 2 階方陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$, 將密碼寫成矩陣 $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 9 & 0 & 2 & 5 & 2 & 5 & 0 & 5 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ 的形式, 再求出 $AB = \begin{bmatrix} 18 & 0 & 7 & 13 & 10 & 10 & 0 & 16 & 13 & 8 \\ 45 & 0 & 17 & 32 & 24 & 25 & 0 & 39 & 32 & 19 \end{bmatrix}$, 然後才寫成密碼

“1845000007171332102410250000163913320819” 傳給朋友, 無此 $U.B.$ 就不怕被別人知道到底在寫什麼。某天, 同學在無意之中撿到一張紙條, 只見上面寫著一串數字 “0922102519470922020518450820” 請你算出這組密碼所代表的英文字為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

前鎮高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 B 卷簡答

一、填充題(一格 6 分)

1.	2.	3.	4.
-1	$\begin{bmatrix} 15 & -7 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}$	$(\frac{3}{2}, -\frac{2}{3})$	$\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$
5.	6.	7.	8.
$\begin{bmatrix} 11 & -41 \\ 11 & 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$	11	$\begin{bmatrix} 4 \\ 10 \\ 16 \end{bmatrix}$
9.	10	11.(1)	11.(2)
$\begin{bmatrix} 23 & 10 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -42 & 60 \\ -27 & 59 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 \\ -6 \end{bmatrix}$
12.(1)	12.(2)	13.	14.
$(2, -3)$	$\begin{bmatrix} -17 & -4 \\ 8 & -17 \end{bmatrix}$	$(A)(B)(E)$	$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

二、填充題(共 10 分)

MERMAID