

大灣高中 108 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科 B1 1-1~1-4

一、單選題(每題 5 分)

- () 1. 有理數具有稠密性：任意兩個相異的有理數之間必有存在另一個有理數。換句話說在整數 0 到整數 1 之間一共有幾個有理數？
(1)0 (2)1 (3)100 (4)無限多個 (5)不一定
- () 2. 小說《西遊記》裡描述孫悟空陪同師傅唐三藏取經的路程中，因三藏師父飢餓難耐，悟空愛徒自告奮勇到附近的人家化緣素菜。此時，路程前方有蜘蛛精、後方有鐵扇公主。若蜘蛛精所在位置於數線上點 2 的地方，鐵扇公主位於數線上點 -5 的地方，而三藏位於點 x 處，悟空為確保師父安全，用金箍棒畫了一個安全區域，稟告師父只要師父與鐵扇公主的距離大於蜘蛛精距離的 2 倍，便可受咒語保護，不被妖孽侵略。試問有多少個整數點 x 可確保三藏安全無虞？
(1)0 個 (2)1 個 (3)2 個 (4)3 個 (5)無限多個
- () 3. 由英特爾執行長大衛·豪斯(David House)提出的摩爾定律(Moore's law)：積體電路上可容納的電晶體數目，約每隔 18 個月便會增加一倍，性能也將提升一倍(即執行同樣程式所需的時間折半)。若 10 年前使用電腦對某正整數 n 執行因數分解約需要個 24 個月的時間，依照摩爾定律，現在利用電腦對此正整數 n 執行因數分解約需要多少時間？
(1)1 天 (2)7 天 (3)10 天 (4)15 天 (5)30 天
- () 4. 在 2018 年 12 月 7 日發現日前的最大梅森質數為 $2^{82589933} - 1$ 。若一張 A4 紙張單面列印可列印 2000 個數字，如果想印出此質數至少約需要幾張 A4 的紙呢？
(1)10000 (2)12500 (3)15000 (4)17500 (5)20000

二、填充題(每題 5 分)

1. 因式分解 $x^3 + 125$ _____

2. 展開 $(x-3)^3$ _____

3. 設 a, b 皆為正實數，且滿足 $2a + 3b = 12$ ，則 ab 的最大值為_____

4. 若 $\sqrt{28-10\sqrt{3}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，則 $b =$ _____

5. 設 $a = \text{圓周率 } \pi$ ， $b = \sqrt{225}$ ， $c = 1.\bar{3}$ ， $d = \frac{3}{17}$ ， $e = 3 + \sqrt{2}$ 。以上哪些數是無理數？請找出來並由小而大依次排列
_____ (可以 a, b, c, d, e 代號表示)

6. 設 $A(-4)$, $B(16)$, $P(x)$ 是數線上三點, 且 $\overline{AP}:\overline{BP}=4:1$, 則 x 的值為_____ (有 2 解)

7. 求方程式 $|x+1|+|x-5|=2\pi$ 的解_____ (有 2 解)

8. 依指數的定義, 選出正確敘述的選項_____

(1) $(\sqrt{2})^0 = 1$ (2) $2^{\sqrt{2}} = \sqrt{2}^2$ (3) $2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2^3}$ (4) $\sqrt[5]{2^3} = (\sqrt[3]{2})^3$ (5) $2^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$

9. 所謂「1.01 的勤勉法則」是指如果你每天都比前一天進步 0.01, 一年以後你將具備有現在的 37.8 倍的能力, 此結果是由 $(1.01)^{365}$ 約等於 37.8 而得出。但如果情況相反, 你採用的是怠惰策略, 假設每一天都比前一天退步 0.01, 最少_____ (整數) 天之後, 你的能力將小於現在的 0.6 倍(不及格啦)!

10. 美國發射的第一艘火星探測器鳳凰號, 在太空中歷經 6.8×10^8 的航程後, 終於登上火星表面。若發射第一天, 鳳凰號行進了 1.4×10^5 公里, 第二天行進了 2.82×10^6 公里, 則這兩天鳳凰號一共行進了_____ 公里(以 3 位有效數字的科學記號表示)

三、題組(每題 5 分)

1. 爽口牌洋芋片的成分標示如右。若這包洋芋片的真實淨重為 W 公克, 而每 100 公克營養的熱量為 564 大卡。回答以下問題

問題 A: W 滿足下列哪些式子_____

- (1) $|W - 43| = \pm 9\%$ (2) $|43 - W| \leq 43 \times 9\%$ (3) $|W - 43 \times 9\%| \leq 43$ (4) $43 - 9\% \leq W \leq 43 + 9\%$
(5) $43(1 - 9\%) \leq W \leq 43(1 + 9\%)$

成分標示

品名: 爽口牌洋芋片

原料: 馬鈴薯、棕櫚油、食鹽、味精、二氧化矽、乳化劑、調味劑、香料、糖、全脂奶粉

淨重: 43 公克 $\pm 9\%$

有效日期: 標示於包裝上(西元年月日)

保存期限: 八個月

原產地: 台灣

問題 B：已知跑步運動所消耗的熱量 H (大卡)與體重 G (公斤)和運動時間 T (分鐘)的關係為： $H = G \times T \times K$ ，其中 K 為基本指數，對照表如下。假如體重 50 公斤的曾美麗同學吃完這包洋芋片，且用每小時 8 公里的速度慢跑，請問至少需跑_____ (整數)分鐘才能確保完全消耗這包洋芋片的熱量

步時速	基本指數
8(公里/小時)	$K = 0.1355$
12(公里/小時)	$K = 0.1797$

2. 一般而言，莫耳濃度的計算公式為 $\frac{\text{溶質莫耳數}}{\text{溶液體積(公升)}}$ ，而 pH 值是衡量溶液酸鹼濃度的標準。若溶液體積 1 公升，

其中所含溶質 x 莫耳，則此溶液莫耳濃度為 $\frac{x}{1}$ 莫耳/公升；因此，若溶液的莫耳濃度為 x 莫耳/公升，則 1 公升的此溶液，內含溶質 x 莫耳…依此類推。所以科學上 pH 值為 3 表示這瓶溶液的 H^+ 濃度為 10^{-3} 莫耳/公升。而一般來說，氫離子 $[H^+]$ 濃度與 pH 值有右列關係 $pH = -\log([H^+]$ 濃度)，如下表所示：

$[H^+]$ 濃度	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}
pH 值	3	4	5	6	7	8	9

問題 C：郝立晦在實驗室中發現有一瓶內含 pH 值為 3 的鹽酸 1 公升，以及另一瓶 1 公升 pH 值為 4 值的鹽酸。今將兩鹽酸溶液混合在一起，請問混和溶液的 pH 值為_____ (請計算至小數點以下第二位，即第三位四捨五入)

問題 D：夏昱教在實驗室中取 $[H^+]$ 濃度不同而體積為 1 公升 pH 值為 4 的某液體與 pH 值為 6 的相同液體混合 pH 值為 5 的溶液，請問 pH 值為 6 的液體需要_____ 公升

四、計算組(共 15 分)

- 不使用計算機，而以課本常用對數的定義：若正數 $p = 10^a$ ，則稱 a 為 p 的常用對數，並記為 $a = \log p$ 的說法，判斷 $\log 34567$ 介於哪兩個連續整數之間，並敘述理由(5 分)
- 大灣公路旁有兩家大賣場，其中賣場 A 剛好在里程碑 40K(意思為距離此公路起點 40 公里的地方)的位置，賣場 B 則是剛好在里程碑 60K 的位置。莊可愛考慮在公路旁的某處設置工廠，沿公路供貨給 A、B 賣場有兩個路線：(1)工廠→A→B→工廠；(2)工廠→B→A→工廠。若貨運不論空車與否，每公里成本均為 100 元；假設每趟貨運成本不超過 5200 元，則工廠設廠的位置需在里程碑幾 K 和幾 K 之間？(10 分)

大灣高中 108 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科簡答 B1 1-1~1-4

一、單選題(每題 5 分)

1.	2.	3.	4.
(4)	(3)	(2)	(2)

二、填充題(每題 5 分)

1.	2.	3.	4.	5.
$(x+5)(x^2-5x+25)$	$x^3-9x^2+27x-27$	6	$2-\sqrt{3}$	$a < e$
6.	7.	8.	9.	10.
12 或 $\frac{68}{3}$	$2+\pi$ 或 $2-\pi$	(1)(4)(5)	51	2.96×10^6

三、題組(每題 5 分)

A.	B.	C.	D.
(2)(3)(5)	40	3.26	10

四、計算組(共 15 分)

1.	2.
4 到 5 之間	34K 到 66K 之間