

小港高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 B 卷

填充題(每格 6 分，超過 100 分以 100 分計算)

(多選題答錯一個選項得 3 分；錯 2 個或 2 個以上選項，不予給分)

- () 1. 設一直圓錐面的軸為 L ，某一條母線為 M ，且 L 與 M 的夾角為 $\theta = 45^\circ$ 。已知平面 E 不通過直圓錐面的頂點且與母線 M 垂直，選出平面 E 與直圓錐面的截痕。(單選)
(A)圓 (B)橢圓 (C)拋物線 (D)雙曲線 (E)一直線
- () 2. 已知 a, b 為實數， A, B, C 為二階方陣， O 為二階零矩陣， I 為二階單位方陣，選出所有正確的選項。
(A) $(aA)(B + C) = A(aB + aC)$
(B) 若 $AB = O$ ，則 $A = O$ 或 $B = O$
(C) 若 $AB = O$ ，則 $BA = O$
(D) $(a + b)(A + B) = aA + bB$
(E) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$
(F) 設 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，若 $ad - bc \neq 0$ ，且 $AB = AC$ ，則 $B = C$
3. 設 x, y 為實數，且滿足 $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix}$ ，則 $x + 3y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 已知空間中一平面 E 與直圓錐面截出半徑為 8 的圓，且直圓錐面頂點 V 與平面 E 的距離 15，則圓上任一點 P 與頂點 V 的距離為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 已知矩陣 $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ ，且第 (i, j) 元 $a_{ij} = 2i - j$ ，求 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 108 & -107 \\ 106 & 105 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} -108 & 107 \\ -106 & -102 \end{bmatrix}$ ， $C = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ，求 $AC + BC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ 。已知 A 將向量 \vec{u} 對應到向量 $\vec{u'} = (-18, 7)$ ，求向量 $\vec{u} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 已知矩陣 $\begin{bmatrix} a-2 & 3 \\ 2 & a+3 \end{bmatrix}$ 沒有反方陣，求 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 已知矩陣 X 、 Y 滿足 $X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，求 $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ ，求 $X^2 - Y^2 =$ _____。
10. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & a \end{bmatrix}$ 滿足 $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ，求實數 $a =$ _____。
11. 甲須傳送一組 4 個數字的密碼 $abcd$ 給乙。為了保密，甲事先跟乙約定：只會傳送兩個二階方陣 A 與 B 給乙，且 A 與 B 滿足關係式 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} A = B$ 。已知乙收到甲傳來 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 與 $B = \begin{bmatrix} 29 & 40 \\ 8 & 16 \end{bmatrix}$ ，求密碼 $abcd =$ _____。
12. 設空間中一平面 E 與直圓錐面截出長軸長為 14 的橢圓，且橢圓上距離頂點最近的距離為 6，最遠的距離為 10。設橢圓中心點為 O ，且直圓錐面的頂點為 V ，求 \overline{VO} 的長度=_____。
13. 已知 A 、 B 皆為二階方陣， $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ， B 的反方陣 $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ，求 $(AB)^{-1} =$ _____。
14. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ ，滿足 $AX = B + 2X$ ，若 $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a + b + c + d =$ _____。
15. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ， $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。
 (1) $A^2 = aA + bI_2$ ，求 $(a, b) =$ _____。
 (2) 利用上題，化簡 $A^4 - 6A^3 + A^2 - 13A - I_2 =$ _____。

16. 某大學數學系的微積分課程總成績計算方式如下：

(一)期中考考 2 次，分別占總成績的 25% 。

(二)期末考占總成績的 30% 。

(三)平時成績占總成績的 20% 。

當期末要結算成績時，助教要計算多位學生的總成績，於是他想利用矩陣的乘法來計算，首先他先將學生每個項目的成績列出，列出方式如下：

姓名	期中考(I)	期中考(II)	期末考	平時成績
甲	70	75	75	90
乙	60	70	70	85
丙	100	90	95	95
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

再轉換成矩陣的型式呈現： $\begin{bmatrix} 70 & 75 & 75 & 90 \\ 60 & 70 & 70 & 85 \\ 100 & 90 & 95 & 95 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$ ，試問：

若要計算總成績，需將上面的矩陣乘上下面哪一個矩陣後，才能呈現每位同學的總成績(單選)

- (A) $\begin{bmatrix} 25\% & 25\% & 30\% & 20\% \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 20\% & 25\% & 25\% & 30\% \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 20\% \\ 25\% \\ 25\% \\ 30\% \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 25\% \\ 25\% \\ 30\% \\ 20\% \end{bmatrix}$

- (E) $\begin{bmatrix} 25\% & 25\% & 30\% & 20\% \\ 25\% & 25\% & 30\% & 20\% \\ 25\% & 25\% & 30\% & 20\% \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$



小港高中 111 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科 B 卷簡答

填充題(每格 6 分，超過 100 分以 100 分計算)

(多選題答錯一個選項得 3 分；錯 2 個或 2 個以上選項，不予給分)

1.	2.	3.	4.	5.
(C)	(A)(F)	-4	17	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
6.	7.	8.	9.	10.
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$	$(-3, 2)$	3 或 -4	$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 20 & 7 \end{bmatrix}$	7
11.	12.	13.	14.	15.(1)
2980	$\sqrt{19}$	$\begin{bmatrix} -7 & 9 \\ 10 & -13 \end{bmatrix}$	-6	$(6, 1)$
15.(2)	16.			
$\begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$	(D)			