

高雄中學 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題(一題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個以上或整題空白不給分，共 24 分)

- ( ) 1. 紅樓公司生產某項產品，商品規格標示中重量為「 $200\text{g} \pm 5\%$ 」，若該商品的真實重量為 $x$ 公克，則下列哪些選項可以用來表示 $x$ 的範圍？  
 (A)  $190 \leq x \leq 210$     (B)  $[190, 210]$     (C)  $|x - 200| \leq 10$   
 (D)  $\{x | x \geq 190 \vee x \leq 210\}$     (E)  $\{x | x = 190, 191, 192, \dots, 210\}$
- ( ) 2. 試選出下列正確的選項。  
 (A) 若 $a$ 、 $b$ 為實數，則 $ab = 0$ 是 $a^2 + b^2 = 0$ 的必要條件，但 $ab = 0$ 並非 $a^2 + b^2 = 0$ 的充分條件。  
 (B) 由於 $\sqrt{7 + \sqrt{11}}$ 無法化簡其雙重根號，因此無法以尺規作圖做出 $\sqrt{7 + \sqrt{11}}$ 。  
 (C) 設 $a$ 為實數，若 $a^{17}$ 及 $a^{2023}$ 都是有理數，則 $a$ 是有理數。  
 (D)  $0.\overline{78} = 0.78\overline{7}$ 。  
 (E) 若 $A \cap B = A \cap C$ ，且 $A \cup B = A \cup C$ ，則 $B = C$ 。
- ( ) 3. 在數線上有三點 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $P(x)$ ，已知 $a < b$ ，且 $(x - a)^2 = 4(x - b)^2$ ，試問下列選項哪些正確？  
 (A)  $P$ 在 $\overline{AB}$ 上    (B)  $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 1$     (C)  $3|x - a| = 2|a - b|$     (D)  $x > \frac{a+2b}{3}$     (E)  $x > \frac{3a+2b}{6}$
- ( ) 4. 貳點伍老師調查班上 36 位同學有沒有看過「航海王」、「鬼滅之刃」、「咒術迴戰」三部漫畫，調查結果發現看過「航海王」、看過「鬼滅之刃」、看過「咒術迴戰」的同學均占班上人數的一半(均為 18 人看過)，此外「航海王」及「鬼滅之刃」兩部都看過的有 13 人，「鬼滅之刃」跟「咒術迴戰」兩部都看過的有 14 人，「航海王」跟「咒術迴戰」兩部都看過的有 15 人。有關該班閱讀這三部漫畫的人數狀況，請選出下列正確的選項。  
 (A) 「只看過咒術迴戰」的人數，一定比「只看過鬼滅之刃」的人數跟「只看過航海王」的人數都還多  
 (B) 「三部漫畫都看過」的人數，一定比「恰看過其中兩部漫畫」的人數還多  
 (C) 設「恰看過其中兩部漫畫」的人數為 $a$ 、「恰看過其中一部漫畫」的人數為 $b$ ，則 $a + b = 12$   
 (D) 設「三部漫畫都看過」的人數為 $p$ 、「三部漫畫都沒看過」的人數為 $q$ ，則 $|p - q| \leq 2$   
 (E) 若「三部漫畫都看過」的人數少於「三部漫畫都沒看過」的人數，則敘述「班上同學中，航海王跟鬼滅之刃兩部都看過的人，一定也看過咒術迴戰」為真

二、填充題(一格 6 分，共 60 分)

1. 因式分解 $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $A = \{x | x^2 + ax + b = 0\}$ ， $B = \{1, 2\}$ ，若 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ ，求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(全對才給分)
3. 設 $A = \{x | -3 < x < 1 \text{ 或 } x > 4\}$ ， $B = \{x | a < x < b\}$ ，若命題「若 $A \cup B = \{x | x > -3\}$ ，則 $A \cap B \neq \emptyset$ 」為假，求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 若不等式  $1 \leq |2x - 5| \leq k$  的  $x$  解範圍在數線上所表區間的總長度為 7，則  $k =$ \_\_\_\_\_。

5. 從 112 到 2023 的自然數中，是 7 的倍數但不是 5 的倍數者有\_\_\_\_\_個。

6. 設  $a, b > 0$ ，若  $ab + 3a + 2b = 48$ ，則  $3a + 2b$  之最小值為\_\_\_\_\_。

7. 設  $x > 0$ ，且  $\sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{10}$ ，則  $x$  的值為\_\_\_\_\_。

8. 設正數  $a$  的小數部分為  $b$ ，且  $a + 2b^2 = n$ ， $n$  為正整數，則  $b =$ \_\_\_\_\_。

9. (1) 化簡  $\sqrt{12 + 3\sqrt{15}} =$ \_\_\_\_\_。

(2) 已知一等腰直角三角形的兩股長均為  $(\sqrt{12 + 3\sqrt{15}})^3$ ，若該三角形斜邊的長度介於兩個連續正整數  $n$  與  $n + 1$  之間，求  $n$  之值為\_\_\_\_\_。

三、計算證明題(共 16 分，無演算過程或理由者不予計分)

1. 已知  $\sqrt{3}$  為無理數，試證明  $\sqrt{5} + \sqrt{15}$  為無理數。(6 分)

2.  $f(x) = -|x + 2| + |x - 1| - |x - 3| + 5$ 。

(1) 試繪出  $y = f(x)$  的圖形。(7 分)

(2) 若  $-4 \leq x \leq 6$  時， $f(x)$  的最小值為  $a$ ，最大值為  $b$ ，求數對  $(a, b) =$ \_\_\_\_\_。(3 分)

高雄中學 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科簡答

一、多選題(一題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個以上或整題空白不給分，共 24 分)

1.	2.	3.	4.
(1)(2)(3)	(1)(4)(5)	(2)	(2)(3)(4)

二、填充題(一格 6 分，共 60 分)

1.	2.	3.	4.
$(2x-3y+1)$ $(4x^2-12xy+9y^2-2x+3y+1)$	$(-6,9) \vee (-5,6) \vee (-6,3)$	(1,4)	8
5.	6.	7.	8.
220	24	$20 \vee \frac{1}{20}$	0.5 或 $\frac{1+\sqrt{17}}{4}$ 或 0
9.(1)	9.(2)		
$\frac{\sqrt{30}+3\sqrt{2}}{2}$	162		

三、計算證明題(共 16 分，無演算過程或理由者不予計分)

1.	2.(1)	2.(2)
略	略	(-1,3)