

高雄中學 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題(一題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個以上或整題空白不給分，共 24 分)

- () 1. 紅樓公司生產某項產品，商品規格標示中重量為「 $200\text{g} \pm 5\%$ 」，若該商品的真實重量為 x 公克，則下列哪些選項可以用來表示 x 的範圍？
 (A) $190 \leq x \leq 210$ (B) $[190, 210]$ (C) $|x - 200| \leq 10$
 (D) $\{x|x \geq 190 \vee x \leq 210\}$ (E) $\{x|x = 190, 191, 192, \dots, 210\}$
- () 2. 試選出下列正確的選項。
 (A)若 a 、 b 為實數，則 $ab = 0$ 是 $a^2 + b^2 = 0$ 的必要條件，但 $ab = 0$ 並非 $a^2 + b^2 = 0$ 的充分條件。
 (B)由於 $\sqrt{7 + \sqrt{11}}$ 無法化簡其雙重根號，因此無法以尺規作圖做出 $\sqrt{7 + \sqrt{11}}$ 。
 (C)設 a 為實數，若 a^{17} 及 a^{2023} 都是有理數，則 a 是有理數。
 (D) $0.\overline{78} = 0.78\overline{7}$ 。
 (E)若 $A \cap B = A \cap C$ ，且 $A \cup B = A \cup C$ ，則 $B = C$ 。
- () 3. 在數線上有三點 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $P(x)$ ，已知 $a < b$ ，且 $(x - a)^2 = 4(x - b)^2$ ，試問下列選項哪些正確？
 (A) P 在 \overline{AB} 上 (B) $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 1$ (C) $3|x - a| = 2|a - b|$ (D) $x > \frac{a+2b}{3}$ (E) $x > \frac{3a+2b}{6}$
- () 4. 貳點伍老師調查班上 36 位同學有沒有看過「航海王」、「鬼滅之刃」、「咒術迴戰」三部漫畫，調查結果發現看過「航海王」、看過「鬼滅之刃」、看過「咒術迴戰」的同學均占班上人數的一半(均為 18 人看過)，此外「航海王」及「鬼滅之刃」兩部都看過的有 13 人，「鬼滅之刃」跟「咒術迴戰」兩部都看過有 14 人，「航海王」跟「咒術迴戰」兩部都看過的有 15 人。有關該班閱讀這三部漫畫的人數狀況，請選出下列正確的選項。
 (A)「只看過咒術迴戰」的人數，一定比「只看過鬼滅之刃」的人數跟「只看過航海王」的人數都還多
 (B)「三部漫畫都看過」的人數，一定比「恰看過其中兩部漫畫」的人數還多
 (C)設「恰看過其中兩部漫畫」的人數為 a 、「恰看過其中一部漫畫」的人數為 b ，則 $a + b = 12$
 (D)設「三部漫畫都看過」的人數為 p 、「三部漫畫都沒看過」的人數為 q ，則 $|p - q| \leq 2$
 (E)若「三部漫畫都看過」的人數少於「三部漫畫都沒看過」的人數，則敘述「班上同學中，航海王跟鬼滅之刃兩部都看過的人，一定也看過咒術迴戰」為真

二、填充題(一格 6 分，共 60 分)

1. 因式分解 $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. $A = \{x|x^2 + ax + b = 0\}$ ， $B = \{1, 2\}$ ，若 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ ，求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(全對才給分)
3. 設 $A = \{x|-3 < x < 1 \text{ 或 } x > 4\}$ ， $B = \{x|a < x < b\}$ ，若命題「若 $A \cup B = \{x|x > -3\}$ ，則 $A \cap B \neq \emptyset$ 」為假，求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 若不等式 $1 \leq |2x - 5| \leq k$ 的 x 解範圍在數線上所表區間的總長度為 7，則 $k =$ _____。

5. 從 112 到 2023 的自然數中，是 7 的倍數但不是 5 的倍數者有_____個。

6. 設 $a、b > 0$ ，若 $ab + 3a + 2b = 48$ ，則 $3a + 2b$ 之最小值為_____。

7. 設 $x > 0$ ，且 $\sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{10}$ ，則 x 的值為_____。

8. 設正數 a 的小數部分為 b ，且 $a + 2b^2 = n$ ， n 為正整數，則 $b =$ _____。

9. (1) 化簡 $\sqrt{12 + 3\sqrt{15}} =$ _____。

(2) 已知一等腰直角三角形的兩股長均為 $(\sqrt{12 + 3\sqrt{15}})^3$ ，若該三角形斜邊的長度介於兩個連續正整數 n 與 $n + 1$ 之間，求 n 之值為_____。

三、計算證明題(共 16 分，無演算過程或理由者不予計分)

1. 已知 $\sqrt{3}$ 為無理數，試證明 $\sqrt{5} + \sqrt{15}$ 為無理數。(6 分)

2. $f(x) = -|x + 2| + |x - 1| - |x - 3| + 5$ 。

(1) 試繪出 $y = f(x)$ 的圖形。(7 分)

(2) 若 $-4 \leq x \leq 6$ 時， $f(x)$ 的最小值為 a ，最大值為 b ，求數對 $(a, b) =$ _____。(3 分)

高雄中學 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科簡答

一、多選題(一題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個以上或整題空白不給分，共 24 分)

1.	2.	3.	4.
(1)(2)(3)	(1)(4)(5)	(2)	(2)(3)(4)

二、填充題(一格 6 分，共 60 分)

1.	2.	3.	4.
$(2x-3y+1)$ $(4x^2-12xy+9y^2-2x+3y+1)$	$(-6,9) \vee (-5,6) \vee (-6,3)$	$(1,4)$	8
5.	6.	7.	8.
220	24	$20 \vee \frac{1}{20}$	0.5 或 $\frac{1+\sqrt{17}}{4}$ 或 0
9.(1)	9.(2)		
$\frac{\sqrt{30}+3\sqrt{2}}{2}$	162		

三、計算證明題(共 16 分，無演算過程或理由者不予計分)

1.	2.(1)	2.(2)
略	略	$(-1,3)$