

台南女中 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題(一題 6 分，共 30 分)

- () 1. 化簡 $\log 100 + \log \sqrt{10} + 10^{\log 6} = ?$
 (A) 2.2781 (B) 8 (C) 9 (D) $\frac{15}{2}$ (E) $\frac{17}{2}$
- () 2. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} \times \left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left((3 + \sqrt{10})^9 \times (3 - \sqrt{10})^9\right) = ?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{5}{3}$ (E) $-\frac{1}{3}$
- () 3. 滿足 $3 \leq |2x - 5| < 10$ 的整數 x 有多少個?
 (A) 4 (B) 5 (C) 7 (D) 8 (E) 9
- () 4. 南女開心農場裡有位農夫想利用 100 公尺的竹籬圍成一個矩形的菜園，並在其中一個邊的正中央留下 4 公尺的出入口如圖。請問此農夫所能圍成的菜園面積最大多少平方公尺?
 (A) 529 (B) 576 (C) 625 (D) 676 (E) 729
- () 5. 某艘超大型貨櫃輪船疑似因瞬間強風吹襲導致船身偏離航道，在埃及蘇伊士運河擱淺，造成運河航行受阻，全球貨物貿易損失每小時達 4 億美金。已知該艘貨櫃輪船長度約 $10^{2.602}$ 公尺，若將其船身直立起，則它的高度與下列何者最接近？(已知 $10^{0.3010} \approx 2$)
 (A) 巴黎的艾菲爾鐵塔(高度約 300 公尺)
 (B) 高雄的 85 大樓(高度約 348 公尺)
 (C) 杜拜的瑪麗娜 23 大廈(高度約 395 公尺)
 (D) 紐約的中央公園塔(高度約 472 公尺)
 (E) 臺北的 101 大樓(高度約 508 公尺)



二、多重選擇題(一題 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個選項以上或未作答者不給分，共 15 分)

- () 1. k 為常數，若方程式 $|x| + |x - 2| = k$ 有實數解，則 k 可能為下列哪些選項。
 (A) 1.87 (B) $\log 112$ (C) $\sqrt{4 - \sqrt{12}}$ (D) $2^{0.6}$ (E) $\frac{2023\sqrt{5} + \pi}{2024}$
- () 2. 某機構在 12 點時將兩種不同的營養劑分別投入培養皿甲與培養皿乙中，此時甲、乙的細菌數量分別為 X 、 Y 。已知甲的數量每 3 小時成長為原來的 2 倍，例如 15 點時甲的數量為 $2X$ 。乙的數量每 2 小時成長為原來的 3 倍，例如 14 點時乙的數量為 $3Y$ ，測量所得結果部分記錄於下表。該機構在 18 點時測量發現甲、乙的數量相同，欲以細菌數量隨時間呈指數成長的模型來預估甲、乙 12 點至 24 點的細菌數量。根據上述，試選出正確的選項。
- | 時刻(點) | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
|-------|-----|----|------|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 甲數量 | X | | | $2X$ | | | | | | | | | |
| 乙數量 | Y | | $3Y$ | | | | | | | | | | |
- (A) 在 13 點時，乙的數量為 $2Y$
 (B) $4X = 9Y$
 (C) $X > Y$
 (D) 在 20 點時，甲的數量大於乙的數量
 (E) 在 24 點時，乙的數量為甲的 $\frac{27}{4}$ 倍
- () 3. 下列哪些方程式恰有一個實數解？
 (A) $|x - 3| = |x + 7|$
 (B) $|x - 3| + |x + 7| = 12$
 (C) $|x - 3| - |x + 7| = 4$
 (D) $|x + 7| - |x - 3| = 4$
 (E) $|x - 3| = 2|x + 7|$

三、填充題(一格 5 分，共 50 分，答案請化為最簡分數或最簡根式)

1. $3^{50} - 1$ 是位數? _____ (已知 $10^{0.3010} \approx 2$ 、 $10^{0.4771} \approx 3$)

2. 已知 $a^{2x} = \sqrt{5 - \sqrt{24}}$ ，求 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x + a^{-x}}$ 的值=_____。

3. 已知 $x + \frac{1}{x} = 4$ ，求 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 之值=_____。

4. 國防部於 2020 年提出免役修正草案，使得未來免役標準更嚴格，其中關於身體質量指數(BMI)的標準：BMI < 16.5 或 BMI > 35 得以免役。設身體質量指數公式為身體質量指數 = $\frac{\text{體重(公斤)}}{[\text{身高(公尺)}]^2}$ 。已知胖胖的身高為 180 公分，但由於他的 BMI 為 36，所以達免役標準，若他想減重使得 BMI 降至 32 可入伍當兵報效國家，則他需減重_____公斤。(四捨五入至整數位)

5. 設 $\sqrt{4 + \sqrt{12}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，則 $\frac{1}{a+b} - \frac{1}{b}$ 的值=_____。

6. 根據調查，九成減重的人面臨復胖困擾，關鍵點在「體脂肪」。現代醫學測量肥胖不再只用體重，而是體脂肪；對於是否須減肥，不再只以「體重」做標準，改以「體脂率」做判斷。體脂肪率是指體重有多少百分比是由脂肪所構成，男性正常體脂率在 14~23% 之間，女性在 17~27% 之間，年紀越大體脂肪率越高，30 歲的男性超過 25%、女性超過 30% 即為「肥胖」。如果一位 60 公斤的男性，體脂率為 20%，其身體的脂肪重量為體重(60 公斤) × 體脂率(20%) = 12 公斤。維持健康之最低體脂肪量：男性 3%、女性 10~12%。已知某年輕女性體重 50 公斤，且體脂肪率在正常範圍內，若其身體的脂肪重量為 x 公斤且 x 的範圍可表為 $|x - a| \leq b$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

7. 數線上有 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $P(13)$ 、 $Q(-27)$ 四點，且 $a < b$ ，若 P 在 \overline{AB} 上滿足 $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 1$ ， Q 在 \overline{AB} 外滿足 $\overline{QA} : \overline{QB} = 2 : 3$ ，試求 $a + b =$ _____。

8. $|ax + 7| \leq b$ 的解與 $\begin{cases} |x - 1| \leq 3 \\ |x| \geq 3 \end{cases}$ 的解相同，則 $a + b =$ _____。

9. 設 a 為負整數，已知恰有 9 個整數同時滿足絕對值不等式 $|x - 3| \leq 8$ 與 $|x - a| > 10$ ，試問 a 值=_____。

10. 行政院院長表示去年全國稅收超徵 4500 億，所以預計將其中的 1400 億「還稅於民」，每人可以領取 6000 元現金，採「登記入帳」、「ATM 領現」、「郵局領現」、「直接入帳」及「造冊發放」等 5 種方式。已知小元住家與附近郵局及上班的公司都位於同一條筆直的道路，且住家與公司的距離為 5 公里。因為郵局與小元住家的距離比郵局與公司的距離近，所以在今早上班前先從住家沿著此條道路開車到郵局領取 6000 元，再從郵局到公司，總共只需行駛 9 公里。若小元先從住家沿著此條道路開車到公司上班，四點下班再從公司到郵局領取 6000 元，則共需行駛_____公里。

四、計算題(5 分，請詳細寫出計算過程，否則不予計分)

1. 一臺搬運貨物的無人車可以透過遠端操作，在一筆直的工作軌道上移動。已知無人車的訊號發射站設置在工作軌道上的 $A(\frac{8}{3})$ 及 $B(\frac{16}{3})$ 兩點，由發射站到無人車的距離和若超過 14，則訊號強度會太差而無法控制無人車。令無人車的位置為 $C(x)$ ，則可控制無人車的實數 x 值最大範圍為何？

台南女中 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科簡答

一、單選題(一題 6 分，共 30 分)

1.	2.	3.	4.	5.
(E)	(A)	(D)	(D)	(C)

二、多重選擇題(一題 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個選項以上或未作答者不給分，共 15 分)

1.	2.	3.
(B)(E)	(C)(E)	(A)(C)(D)

三、填充題(一格 5 分，共 50 分，答案請化為最簡分數或最簡根式)

1.	2.	3.	4.
24	$-1 + 2\sqrt{3}$	52	13
5.	6.	7.	8.
-1	$(11, \frac{5}{2})$	21	-1
9.	10.		
-8	12		

四、計算題(5 分，請詳細寫出計算過程，否則不予計分)

由題意知： $|x - \frac{8}{3}| + |x - \frac{16}{3}| \leq 14$ (1 分)

(1)當 $x \geq \frac{16}{3}$ 時 $\Rightarrow (x - \frac{8}{3}) + (x - \frac{16}{3}) \leq 14 \Rightarrow x \leq 11$ 得解為 $\frac{16}{3} \leq x \leq 11$ (1 分)

(2)當 $\frac{8}{3} \leq x < \frac{16}{3}$ 時 $\Rightarrow (x - \frac{8}{3}) + (-x + \frac{16}{3}) \leq 14 \Rightarrow \frac{8}{3} \leq 14$ (恆成立) 得解為 $\frac{8}{3} \leq x < \frac{16}{3}$ (1 分)

(3)當 $x < \frac{8}{3}$ 時 $\Rightarrow (-x + \frac{8}{3}) + (-x + \frac{16}{3}) \leq 14 \Rightarrow x \geq -3$ 得解為 $-3 \leq x < \frac{8}{3}$ (1 分)

由(1)(2)(3)知：可控制無人車的實數 x 值最大範圍為 $-3 \leq x \leq 11$ (1 分)