

中山高中 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題(一題 4 分，共 36 分)

- ( ) 1. 若  $a = 0$ ,  $b = 1.732$ ,  $c = \sqrt{3}$ ,  $d = 1.\overline{732}$ ,  $e = \pi$ ,  $f = \log 10$ ,  $g = \sqrt{5} - \sqrt{4}$ ,  $h = ((\sqrt{2})^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$ ,  $i = 10^{\log 3}$ ,  $j = 0.122333444455555\dots$ (小數點後有 1 個 1, 有 2 個 2, 有 3 個 3, 以此類推), 則上列 10 個數有幾個為有理數?  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
- ( ) 2. 設  $x, y$  皆為有理數, 若  $x\sqrt{9 + \sqrt{80}} + y\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = 12 + \sqrt{5}$ , 則  $x + y$  為多少?  
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 10
- ( ) 3. 試問有多少個整數  $x$  滿足  $|x - 1| + |x| + x < 30$ ?  
 (A) 36 (B) 38 (C) 39 (D) 40 (E) 41
- ( ) 4. 放射性物質的半衰期  $T$  定義為每經過時間  $T$ , 該物質的質量會衰退成原來的一半。鉛製容器中有兩種放射性物質 A、B, 開始記錄時容器中物質 A 的質量為物質 B 的 16 倍, 而  $t$  小時後兩種物質的質量相同。已知物質 A 的半衰期為 8 小時, 物質 B 的半衰期為 12 小時, 則  $t =$ ?  
 (A) 92 (B) 94 (C) 94.5 (D) 96 (E) 98.5
- ( ) 5. 若  $x, y$  為兩正實數, 且滿足  $x^2 y^3 = 10$ , 及  $3 \log y = -1$ , 則  $\frac{x-y}{99} =$   
 (A)  $\frac{2 \log 3}{99}$  (B) 10 (C)  $-\frac{1}{11}$  (D) -9 (E) 100
- ( ) 6. 若  $n$  為整數, 且  $n < \sqrt{1 + 8\sqrt{20}} < n + 1$ , 則  $n$  為多少?  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
- ( ) 7. 若對  $x$  依序做以下計算: 取  $\log$  後再開根號再取  $\log$  後再開根號再取  $\log$ , 最後會等於 2, 試問  $x$  為幾位數?  
 (A) 20000 (B) 20001 (C)  $10^{20000} + 1$  (D)  $10^{20001}$  (E)  $10^{20001} + 1$
- ( ) 8. 設  $A = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)(2^{64} + 1)$ , 則  $A$  的個位數字為多少?  
 (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9
- ( ) 9. 設  $a, b$  為實數, 若  $2^a + 4^b = 64$ , 且  $\frac{1}{2}a + b = 5$ , 則  $\frac{a}{b} =$   
 (A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 32 (E) 64

二、多重選擇題(一題 5 分, 每題有  $n$  個選項, 其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判斷, 均答對者, 得該題全部的分數; 答錯  $k$  個選項者, 得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數; 但得分低於零分或所有選項均未作答者, 以零分計算, 共 35 分)

- ( ) 1. 試選出正確的選項。  
 (A) 若  $a, b$  皆為無理數, 則  $a + b$  亦為無理數  
 (B) 若  $a$  為有理數,  $b$  為無理數, 則  $a \times b$  為無理數  
 (C) 若  $a + b, a \times b$  皆為有理數, 則  $a, b$  皆為有理數  
 (D) 若  $a + b$  為有理數且  $a \times b$  為無理數, 則  $a, b$  皆為無理數  
 (E) 若  $a + b$  為無理數且  $a \times b$  為有理數, 則  $a, b$  其中之一可以為有理數
- ( ) 2. 設  $a, b, c$  為任意實數, 試選出正確的選項。  
 (A) 若  $a \leq b$ , 則  $ac \leq bc$  (B) 若  $a \leq b$ , 則  $a + c \leq b + c$  (C) 若  $a \leq b$  且  $b \leq c$ , 則  $a \leq c$   
 (D) 若  $a < b$ , 則  $a^2 < b^2$  (E) 若  $a < b$ , 則  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

- ( )3. 試選出正確的選項。  
 (A) 0 不是奇數也不是偶數  
 (B) 數線上有點 $A(0)$ 、 $B(1)$ ，則可以利用尺規作圖標出點 $C(\sqrt{21})$ 的位置  
 (C) 整數有稠密性  
 (D) 若 $a$ 、 $b$ 為實數，則不等式 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 恆成立  
 (E) 若 $a$ 、 $b$ 為實數，則 $|ab| = |a| \times |b|$ 恆成立
- ( )4. 設 $x = \log 13$ ，試選出正確的選項。  
 (A)  $10^x = 13$     (B)  $10^{x+1} = 23$     (C)  $100^x = 130$     (D)  $10^{2x} = 1300$     (E)  $10^{-x} = \frac{1}{13}$
- ( )5. 下列各數哪些介於整數 4 和 5 之間(不含 4 與 5)?  
 (A)  $\sqrt{11 + 2\sqrt{10}}$     (B)  $\frac{1\sqrt{23} + 99\sqrt{24}}{100}$     (C)  $(2\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$     (D)  $10^{0.5}$     (E)  $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$
- ( )6. 設 $x - \frac{1}{x} = 3$ ，試選出正確的選項。  
 (A)  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$     (B)  $x^3 - \frac{1}{x^3} = 30$     (C)  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{13}$     (D)  $x^2 - \frac{1}{x^2} = 3\sqrt{13}$     (E)  $x$ 為無理數
- ( )7. 試選出正確的選項。  
 (A)  $\log 123456789$ 介於 9 與 10 之間    (B)  $\log 0.123456789$ 介於-9與-10之間  
 (C)  $123 \times 10^{99}$ 為 100 位數    (D)  $10^{-12.34}$ 的小數點後第 13 位開始不為 0  
 (E)  $10^{-2\log 2} = 0.25$

三、填充題(一格 3 分，此大題超過 24 分者，以 24 分計分，)

1. 若 $\log a = 0.8$ 、 $\log b = -0.7$ ，試問 $a$ 是 $b$ 的多少倍? \_\_\_\_\_
2. 計算 $(2\sqrt{3})^2 \times 4^{-\sqrt{3}} \times (0.027)^{\frac{1}{3}} =$ \_\_\_\_\_。
3. 計算並化為最簡分數 $0.\overline{306} + 1.\overline{73} =$ \_\_\_\_\_。
4. 設 $A(-1)$ 、 $B(7)$ 為數線上兩點，若 $P$ 點介於 $A$ 、 $B$ 兩點之間且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 3$ ，試求 $P$ 點的坐標\_\_\_\_\_。
5. 解不等式 $|x - 1| \leq 5 =$ \_\_\_\_\_。

6. 試化簡  $\frac{2x^2+3x+1}{x^3-1} - \frac{2}{x-1} =$ \_\_\_\_\_。

7. 已知  $a > 0$ 、 $b > 0$ ，若  $a + 2b = 12$ ，試求  $ab$  的最大值\_\_\_\_\_。

8. 解不等式  $|x| > |x + 10| =$ \_\_\_\_\_。

9.  $x$  的常用對數值是 1.11，若  $y$  為  $x$  的  $\frac{1}{100}$  倍，試問  $y$  的常用對數值為何？\_\_\_\_\_

10. 計算  $(1.1 \times 10^9) \times (9.9 \times 10^9)$  並將答案以科學記號表示且將係數部分四捨五入至小數點後第一位。\_\_\_\_\_

四、混合題(本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，共 5 分)

1-2 題為題組

摩爾定律(英語：Moore's law)是由 Intel 創始人之一高登·摩爾提出的。其內容為：積體電路(晶片)上可容納的電晶體數目，約每隔兩年便會增加一倍。半導體行業大致按照摩爾定律發展了半個多世紀，對二十世紀後半葉的世界經濟增長做出了貢獻，並驅動了一系列科技創新、社會改革、生產效率的提高和經濟增長。個人電腦、網際網路、智慧型手機等技術改善和創新都離不開摩爾定律的延續。

1. 某科技公司在西元 2023 年發表一款晶片，現容納 1340 億個電晶體。請將此晶片上電晶體個數以科學記號表示(係數部分四捨五入至小數點後第二位)。(非選擇題，2 分)
2. (承 1 題)若晶片上可容納的電晶體數目以每隔兩年便會增加一倍估算，則最快在西元幾年，晶片上可容納的電晶體數目會超過 1 兆個？(非選擇題，3 分)

可能用到的數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\pi \approx 3.142$ ， $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ 。

中山高中 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科簡答

一、單選題(一題 4 分，共 36 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
(D)	(B)	(C)	(D)	(B)	(D)	(C)	(C)	(B)

二、多重選擇題(一題 5 分，每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判斷，均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，以零分計算，共 35 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
(D)(E)	(B)(C)	(B)(E)	(A)(E)	(A)(B)(E)	(A)(E)	(D)(E)

三、填充題(一格 3 分，此大題超過 24 分者，以 24 分計分，)

1.	2.	3.	4.
$10^{1.5}$	0.3	$\frac{2023}{990}$	1
5.	6.	7.	8.
$-4 \leq x \leq 6$	$\frac{1}{x^2+x+1}$	18	$x < -5$
9.	10.		
-0.89	$1.1 \times 10^{19}$		

四、混合題(本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，共 5 分)

1.	2.
$1.34 \times 10^{11}$	2029 年