

中山高中 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題(一題 4 分，共 36 分)

- () 1. 若 $a = 0$, $b = 1.732$, $c = \sqrt{3}$, $d = 1.\overline{732}$, $e = \pi$, $f = \log 10$, $g = \sqrt{5} - \sqrt{4}$, $h = ((\sqrt{2})^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$, $i = 10^{\log 3}$, $j = 0.122333444455555 \dots$ (小數點後有 1 個 1, 有 2 個 2, 有 3 個 3, 以此類推), 則上列 10 個數有幾個為有理數?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
- () 2. 設 x, y 皆為有理數, 若 $x\sqrt{9 + \sqrt{80}} + y\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = 12 + \sqrt{5}$, 則 $x + y$ 為多少?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 10
- () 3. 試問有多少個整數 x 滿足 $|x - 1| + |x| + x < 30$?
(A) 36 (B) 38 (C) 39 (D) 40 (E) 41
- () 4. 放射性物質的半衰期 T 定義為每經過時間 T , 該物質的質量會衰退成原來的一半。鉛製容器中有兩種放射性物質 A、B, 開始記錄時容器中物質 A 的質量為物質 B 的 16 倍, 而 t 小時後兩種物質的質量相同。已知物質 A 的半衰期為 8 小時, 物質 B 的半衰期為 12 小時, 則 $t =$?
(A) 92 (B) 94 (C) 94.5 (D) 96 (E) 98.5
- () 5. 若 x, y 為兩正實數, 且滿足 $x^2 y^3 = 10$, 及 $3 \log y = -1$, 則 $\frac{x-y}{99} =$
(A) $\frac{2 \log 3}{99}$ (B) 10 (C) $-\frac{1}{11}$ (D) -9 (E) 100
- () 6. 若 n 為整數, 且 $n < \sqrt{1 + 8\sqrt{20}} < n + 1$, 則 n 為多少?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
- () 7. 若對 x 依序做以下計算: 取 \log 後再開根號再取 \log 後再開根號再取 \log , 最後會等於 2, 試問 x 為幾位數?
(A) 20000 (B) 20001 (C) $10^{20000} + 1$ (D) 10^{20001} (E) $10^{20001} + 1$
- () 8. 設 $A = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)(2^{64} + 1)$, 則 A 的個位數字為多少?
(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9
- () 9. 設 a, b 為實數, 若 $2^a + 4^b = 64$, 且 $\frac{1}{2}a + b = 5$, 則 $\frac{a}{b} =$
(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 32 (E) 64

二、多重選擇題(一題 5 分，每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判斷，均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，以零分計算，共 35 分)

- () 1. 試選出正確的選項。
(A) 若 a, b 皆為無理數, 則 $a + b$ 亦為無理數
(B) 若 a 為有理數, b 為無理數, 則 $a \times b$ 為無理數
(C) 若 $a + b, a \times b$ 皆為有理數, 則 a, b 皆為有理數
(D) 若 $a + b$ 為有理數且 $a \times b$ 為無理數, 則 a, b 皆為無理數
(E) 若 $a + b$ 為無理數且 $a \times b$ 為有理數, 則 a, b 其中之一可以為有理數
- () 2. 設 a, b, c 為任意實數, 試選出正確的選項。
(A) 若 $a \leq b$, 則 $ac \leq bc$ (B) 若 $a \leq b$, 則 $a + c \leq b + c$ (C) 若 $a \leq b$ 且 $b \leq c$, 則 $a \leq c$
(D) 若 $a < b$, 則 $a^2 < b^2$ (E) 若 $a < b$, 則 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

() 3. 試選出正確的選項。

- (A) 0 不是奇數也不是偶數
 (B) 數線上有點 $A(0)$ 、 $B(1)$ ，則可以利用尺規作圖標出點 $C(\sqrt{21})$ 的位置
 (C) 整數有稠密性
 (D) 若 a 、 b 為實數，則不等式 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 恆成立
 (E) 若 a 、 b 為實數，則 $|ab| = |a| \times |b|$ 恆成立

() 4. 設 $x = \log 13$ ，試選出正確的選項。

- (A) $10^x = 13$ (B) $10^{x+1} = 23$ (C) $100^x = 130$ (D) $10^{2x} = 1300$ (E) $10^{-x} = \frac{1}{13}$

() 5. 下列各數哪些介於整數 4 和 5 之間(不含 4 與 5)？

- (A) $\sqrt{11+2\sqrt{10}}$ (B) $\frac{1\sqrt{23}+99\sqrt{24}}{100}$ (C) $(2\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ (D) $10^{0.5}$ (E) $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$

() 6. 設 $x - \frac{1}{x} = 3$ ，試選出正確的選項。

- (A) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$ (B) $x^3 - \frac{1}{x^3} = 30$ (C) $x + \frac{1}{x} = \sqrt{13}$ (D) $x^2 - \frac{1}{x^2} = 3\sqrt{13}$ (E) x 為無理數

() 7. 試選出正確的選項。

- (A) $\log 123456789$ 介於 9 與 10 之間 (B) $\log 0.123456789$ 介於 -9 與 -10 之間
 (C) 123×10^{99} 為 100 位數 (D) $10^{-12.34}$ 的小數點後第 13 位開始不為 0
 (E) $10^{-2\log 2} = 0.25$

三、填充題(一格 3 分，此大題超過 24 分者，以 24 分計分，)

1. 若 $\log a = 0.8$ 、 $\log b = -0.7$ ，試問 a 是 b 的多少倍？_____

2. 計算 $(2^{\sqrt{3}})^2 \times 4^{-\sqrt{3}} \times (0.027)^{\frac{1}{3}} =$ _____。

3. 計算並化為最簡分數 $0.\overline{306} + 1.\overline{73} =$ _____。

4. 設 $A(-1)$ 、 $B(7)$ 為數線上兩點，若 P 點介於 A 、 B 兩點之間且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 3$ ，試求 P 點的坐標_____。

5. 解不等式 $|x - 1| \leq 5 =$ _____。

6. 試化簡 $\frac{2x^2+3x+1}{x^3-1} - \frac{2}{x-1} =$ _____。

7. 已知 $a > 0$ 、 $b > 0$ ，若 $a + 2b = 12$ ，試求 ab 的最大值_____。

8. 解不等式 $|x| > |x + 10|$ =_____。

9. x 的常用對數值是 1.11，若 y 為 x 的 $\frac{1}{100}$ 倍，試問 y 的常用對數值為何？_____

10. 計算 $(1.1 \times 10^9) \times (9.9 \times 10^9)$ 並將答案以科學記號表示且將係數部分四捨五入至小數點後第一位。_____

四、混合題(本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，共 5 分)

1-2 題為題組

摩爾定律(英語：Moore's law)是由 Intel 創始人之一高登·摩爾提出的。其內容為：積體電路(晶片)上可容納的電晶體數目，約每隔兩年便會增加一倍。半導體行業大致按照摩爾定律發展了半個多世紀，對二十世紀後半葉的世界經濟增長做出了貢獻，並驅動了一系列科技創新、社會改革、生產效率的提高和經濟增長。個人電腦、網際網路、智慧型手機等技術改善和創新都離不開摩爾定律的延續。

1. 某科技公司在西元 2023 年發表一款晶片，現容納 1340 億個電晶體。請將此晶片上電晶體個數以科學記號表示(係數部分四捨五入至小數點後第二位)。(非選擇題，2 分)
2. (承 1 題)若晶片上可容納的電晶體數目以每隔兩年便會增加一倍估算，則最快在西元幾年，晶片上可容納的電晶體數目會超過 1 兆個？(非選擇題，3 分)

可能用到的數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\pi \approx 3.142$ ， $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ 。

中山高中 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科簡答

一、單選題(一題 4 分，共 36 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
(D)	(B)	(C)	(D)	(B)	(D)	(C)	(C)	(B)

二、多重選擇題(一題 5 分，每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判斷，均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，以零分計算，共 35 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
(D)(E)	(B)(C)	(B)(E)	(A)(E)	(A)(B)(E)	(A)(E)	(D)(E)

三、填充題(一格 3 分，此大題超過 24 分者，以 24 分計分，)

1.	2.	3.	4.
$10^{1.5}$	0.3	$\frac{2023}{990}$	1
5.	6.	7.	8.
$-4 \leq x \leq 6$	$\frac{1}{x^2+x+1}$	18	$x < -5$
9.	10.		
-0.89	1.1×10^{19}		

四、混合題(本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，共 5 分)

1.	2.
1.34×10^{11}	2029 年