

嘉義女中 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

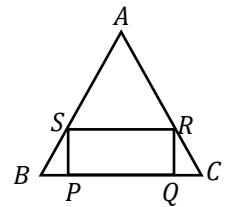
一、單選題(一題 5 分，共 30 分)(參考數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ )

- ( ) 1. 設 $x$ 為實數，試問下列何者為 $|x+1|+|x-2|$ 的幾何意義？  
 (A)數線上 1 與 $-2$ 的距離  
 (B)數線上 $-1$ 與 2 的距離  
 (C)數線上 $x$ 分別與 1 和 $-2$ 的距離和  
 (D)數線上 $x$ 分別與 $-1$ 與 2 的距離和  
 (E)數線上 $x$ 分別與 $-1$ 與 2 的距離差
- ( ) 2. 試問「 $|x-(-4)| \geq 1$ 」的解，用區間符號可表示為？  
 (A) $(-4, 1)$  (B) $(-5, -3)$  (C) $(-\infty, -5) \cup (-3, \infty)$  (D) $[-5, -3]$  (E) $(-\infty, -5] \cup [-3, -\infty)$
- ( ) 3. 試問 $\log 80400$ 的值落在哪兩個相鄰整數之間？  
 (A) $-6$ 和 $-5$  (B) $-5$ 和 $-4$  (C) 4 和 5 (D) 5 和 6 (E) 8 和 9
- ( ) 4. 試比較 $a = 2^{0.8}$ ， $b = \sqrt[4]{8}$ ， $c = 2^{\frac{1}{2}}$ ， $d = \frac{1}{2^3}$ ， $e = 1$ 的大小關係為？  
 (A) $a > b > c > d > e$  (B) $a > b > c > e > d$  (C) $e > a > b > c > d$   
 (D) $a = b > c > d > e$  (E) $e > d > c > b = a$
- ( ) 5. 天文學家依織女星的亮度 $I_0$ 為標準，被觀察的星星亮度為 $I$ ，將其星等定義為 $m = -\frac{5}{2} \log \frac{I}{I_0}$ 。今有恆星A與恆星B的星等分別為 2 和 7，則恆星A的亮度是恆星B的倍？  
 (A) $\frac{2}{7}$  (B) $\frac{7}{2}$  (C) 5 (D) $\frac{1}{100}$  (E) 100
- ( ) 6. 若 $\sqrt{27}$ 的小數部分為 $x$ ，則 $\sqrt{3}$ 的小數部分為下列哪個選項？  
 (A) $\frac{x}{3}$  (B)  $3x$  (C) $\frac{x+5}{3}$  (D) $\frac{x+2}{3}$  (E) $\frac{x+1}{3}$

二、多選題(一題 6 分，答錯一個選項得 4 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上得 0 分，共 30 分)

- ( ) 1. 下列哪些選項為無理數？( $\pi$ 為圓周率)  
 (A) $\pi$  (B)  $2\sqrt{3}$  (C) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$  (D) $\sqrt{4\frac{4}{9}}$  (E) $\frac{1}{7}$
- ( ) 2. 下列敘述哪些選項正確？  
 (A)設 $a$ 、 $b$ 為有理數，則 $ab$ 也是有理數  
 (B)設 $a$ 、 $b$ 為無理數，則 $ab$ 也是無理數  
 (C)設 $a$ 、 $b$ 為有理數， $c$ 、 $d$ 為無理數，若 $a+b=c+d$ ，則 $a=b$ 且 $c=d$   
 (D)若 $a^2$ 、 $a^4$ 皆為有理數，則 $a$ 必為有理數  
 (E)  $1.7\overline{6}$ 為有理數
- ( ) 3. 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$ ，下列哪些選項正確？  
 (A) $(x + \frac{1}{x})^3 = 27$  (B) $x^3 + \frac{1}{x^3} = 27$  (C) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$   
 (D)若 $x > 1$ ，則 $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$  (E)若 $0 < x < 1$ ，則 $x^2 - \frac{1}{x^2} = 3\sqrt{5}$
- ( ) 4. 漫畫《咒術迴戰》中，咒術師七海建人的術式「十劃咒法」為將目標置於數線上十等分，並於比例 7:3 的位置強行製造弱點，只要擊中此點，就能觸發暴擊，造成極大的傷害。今欲對某咒靈手臂使用此招式，若將此咒靈的手臂兩端分別置於數線上 $-\sqrt{63}$ 和 $\sqrt{343}$ 兩點上，試問它的弱點位於下列哪些選項？  
 (A) $-2\sqrt{7}$  (B) 0 (C)  $2\sqrt{7}$  (D)  $4\sqrt{7}$  (E)  $6\sqrt{7}$

- ( ) 5. 如圖所示， $PQRS$ 為一矩形花園，長 $\overline{PQ} = 24$ 公尺、寬 $\overline{QR} = 10$ 公尺，今欲在花園外側修建三角形 $ABC$ 的道路，而 $\triangle ABC$ 為等腰三角形，其中 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $P$ 、 $Q$ 在 $\overline{BC}$ 邊上， $R$ 、 $S$ 分別在 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$ 邊上，令 $A$ 分別垂直 $\overline{SR}$ 、 $\overline{BC}$ 於 $D$ 、 $H$ ， $\overline{AH}$ 為 $x$ ， $\overline{BH}$ 為 $y$ ，試問下列哪些選項正確？
- (A)  $\overline{AD}$ 可表示為 $(x - 12)$
- (B)  $\overline{AD} : \overline{SD} = \overline{AH} : \overline{BH}$
- (C)  $x$ 、 $y$ 滿足等式 $12x + 10y = xy$
- (D) 此道路所圍成的最小面積(即 $\triangle ABC$ 的面積)為 240 平方公尺
- (E) 最小面積發生時， $D$ 恰為 $\overline{AH}$ 的中點



三、填充題(一格 5 分，共 30 分)

- 試求 $10^{2\log 7}$ 的值為\_\_\_\_\_。
- 化簡雙重根式 $\sqrt{12 - 2\sqrt{35}}$ 之值為\_\_\_\_\_。
- 將 $\left(\frac{1}{7}\right)^{100}$  乘開後，從小數點後第\_\_\_\_\_位開始不為 0。
- 放射性物質的質量會隨時間逐漸衰減，且無論從何時算起，質量衰減為原來的一半所經過的時間皆相同，稱為該物質的半衰期。設某種放射性物質的半衰期是半年，且其質量目前為 1024 公克，試問經過 3 年後，該放射性物質剩下的質量是\_\_\_\_\_克。
- 試求方程式 $|x + 1| + |2x - 1| = 6$ 的所有解的乘積為\_\_\_\_\_。
- 設 $x$ 為實數，且 $3^{2x} = 2$ ，則 $\frac{3^{3x} - 3^{-3x}}{3^x + 3^{-x}} =$ \_\_\_\_\_。

四、混合題(共 10 分)

有一道數學題目如下：

「已知 $a$ 、 $b$ 均為非零實數，若不等式 $|ax + 2| \leq b$ 的解為 $-1 \leq x \leq 5$ ，試問數對 $(a, b)$ 為何？」

學生瑟琪的解法如下：

步驟一：將 $|ax + 2| \leq b$ 拆絕對值，得到 $-b \leq ax + 2 \leq b$

步驟二：將不等式一同減 2，得到 $-b - 2 \leq ax \leq b - 2$

步驟三：將不等式一同除以 $a$ ，得到 $\frac{-b-2}{a} \leq x \leq \frac{b-2}{a}$

步驟四：將步驟三求出的解對照題目的條件 $-1 \leq x \leq 5$ ，得到聯立方程式：
$$\begin{cases} \frac{-b-2}{a} = -1 \\ \frac{b-2}{a} = 5 \end{cases}$$

步驟五：將聯立方程式移項並整理，解出 $a = -1$ 、 $b = -3$ ，故 $(a, b) = (-1, -3)$ 。

( ) 1. 小吳老師看了瑟琪的答案後發現是錯誤的。請問：在沒有計算錯誤的前提下，此種解法是在哪一步驟開始出錯？(單選題，2 分)

(A)步驟一 (B)步驟二 (C)步驟三 (D)步驟四 (E)步驟五

2. 承 1 題，試說明此步驟錯誤的原因為何？(非選擇題，3 分)

3. 數對 $(a, b)$ 的正確答案應為\_\_\_\_\_。(填充題，5 分)



## 嘉義女中 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科簡答

一、單選題(一題 5 分，共 30 分)(參考數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ )

1.	2.	3.	4.	5.	6.
(D)	(E)	(C)	(B)	(E)	(D)

二、多選題(一題 6 分，答錯一個選項得 4 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上得 0 分，共 30 分)

1.	2.	3.	4.	5.
(A)(B)(D)	(A)(E)	(A)(C)(D)	(B)(D)	(B)(C)(E)

三、填充題(一格 5 分，共 30 分)

1.	2.	3.	4.
49	$\sqrt{7} - \sqrt{5}$	85	16
5.	6.		
-4	$\frac{7}{6}$		

四、混合題(共 10 分)

1.	2.	3.
(C)	不能確定 $a$ 是正或負，所以不能直接同除，如果是負則要變號。	$(-1, 3)$