

瑞祥高中 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題(一題 7 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分，共 21 分)

() 1. 選出正確的選項。

- (A) $0.\overline{4} + 0.\overline{5} = 1$ (B) $0.8\overline{7} + 0.1\overline{2} > 1$ (C) $\sqrt{15} > 3.9$
(D) $2\sqrt{3} + \sqrt{13} > 2\sqrt{5} + \sqrt{5}$ (E) $(\log 100) \left(\log \frac{1}{10} \right) = \log 10$

() 2. 下列各方程式中，請選出有實數解的選項。

- (A) $|x| + |x - 5| = 6$ (B) $|x| - |x - 5| = 1$ (C) $2|x + 1| + |x - 3| = 3$
(D) $|x - 4| = 4|x - 3|$ (E) $|x - 1| + |x + 3| = 3$

() 3. 設 $a = 3^{0.3}$ ， $b = 3^{0.01}$ ，選出正確的選項。

- (A) $a^{10} = 27$ (B) $b^{50} = \sqrt{3}$ (C) $a^{\frac{2}{3}} = b$ (D) $\frac{a^{-3}}{b^{10}} = \frac{1}{3}$ (E) $1 < a < 2$

二、填充題(一格 5 分，共 30 分。答案需化簡，未化簡者得 0 分。完全正確才得分。)

1. 將分數 $\frac{2}{13}$ 化成小數之後，設小數點後第 n 位的數字記為 $f(n)$ ，求 $f(100) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知 $x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{2}$ ，設 $A = x^2 + \frac{1}{x^2}$ 、 $B = x^3 + \frac{1}{x^3}$ ，求 $(A, B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(完全正確才得分)

3. 公車站、學校及游泳池三地在同一條數線上，假設學校在數線上的坐標為 -2 ，游泳池在數線上的坐標為 8 ，且公車站到學校的距離是公車站到游泳池的距離的 1.5 倍，則公車站在數線上的坐標為何？ (有兩解，完全正確才得分)

4. 求不等式 $|3x + 1| \leq 7$ 的整數解有幾個？

5. 設 $A = \sqrt[5]{2} \times \sqrt[5]{16}$ 、 $B = \sqrt[3]{3^5} \times \sqrt{\sqrt[3]{3^{18}}}$ ，計算 A 、 B 的值，求 $(A, B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(完全正確才得分)

6. 科學家發現某水池中 A 細菌的數量有 6.2×10^{10} 個， B 細菌的數量是 A 細菌的 500 倍，求 B 細菌的數量是多少個？ (以科學記號 $a \times 10^n$ 表示，四捨五入取二位有效數字，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 為整數)

三、填充題(一格 6 分，共 42 分。答案需化簡，未化簡者得 0 分。完全正確才得分。)

1. 設 $\sqrt{4 + \sqrt{12}} = a + b$ ，其中 a 是正整數， $0 < b < 1$ ，求 $\frac{1}{a+b} - \frac{1}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

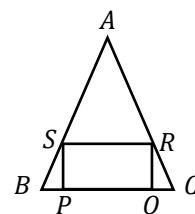
2. 已知 $|ax + 2| \leq b$ 的解為 $-\frac{10}{3} \leq x \leq 2$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。(完全正確才得分)

3. 若實數 x 滿足 $|x + 3| - |x - 1| < x + 2$ ，求不等式的解為_____。(完全正確才得分)

4. 已知 x, y 為實數，且 $53^x = 9$ ， $477^y = 243$ ，求 $\frac{2}{x} - \frac{5}{y}$ 的值為_____。

5. 將 3^{30} 乘開後為 a 位數，將 4^{40} 乘開後為 b 位數，則數對 $(a, b) =$ _____。(完全正確才得分)($\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$)

6. 設計師要在三角形客房 ABC 的內部放置最大的矩形地毯 $PQRS$ ，如圖。已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，矩形 $PQRS$ 的頂點皆在 $\triangle ABC$ 的邊上，其中 P, Q 兩點都在 \overline{BC} 上， R, S 分別在 $\overline{AC}, \overline{AB}$ 上，求矩形 $PQRS$ 的最大面積為多少？_____



7. 某科學家進行實驗，以培養細菌的數量，科學家發現每經過 1 天後，細菌數會變成原來的 a 倍。已知開始培養細菌 2 天後的細菌數為 5×10^4 株，且 5 天後細菌數為 4×10^7 株，求實驗開始時細菌的數量為多少？_____

四、混合題(共 7 分。需寫出計算過程，未寫計算過程或字跡潦草難以辨識者不予計分。答案需化簡，完全正確才得分。)

1. 請舉實例說明「若 a, b 為無理數，則 $a + b$ 必為無理數」是錯誤的。(3 分)

2. 請舉實例說明「若 a, x, y 為實數，且 $a > 0, x > y$ ，則 $a^x > a^y$ 」是錯誤的。(4 分)

瑞祥高中 112 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科簡答

一、多選題(一題 7 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分，共 21 分)

1.	2.	3.
(A)(D)	(A)(B)(D)	(A)(B)(D)(E)

二、填充題(一格 5 分，共 30 分。答案需化簡，未化簡者得 0 分。完全正確才得分。)

1.	2.	3.	4.
8	$(6, 10\sqrt{2})$	4 或 28	5
5.	6.		
$(2, 81)$	3.1×10^{13} 個		

三、填充題(一格 6 分，共 42 分。答案需化簡，未化簡者得 0 分。完全正確才得分。)

1.	2.	3.	4.
-1	$(3, 8)$	$x > 2$ 或 -6	-2
5.	6.	7.	
$(15, 25)$	30	$12500(1.25 \times 10^4)$	

四、混合題(共 7 分。需寫出計算過程，未寫計算過程或字跡潦草難以辨識者不予計分。答案需化簡，完全正確才得分。)

1.	2.
$2\sqrt{2} + (-2\sqrt{2}) = 0$	$\text{設 } a = 1$ $x = 3$ $y = 2$ $1^3 = 1^2 \Rightarrow a^x > a^y$ 錯