中山高中 110 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科(B 卷)

一、多選題

(　　) 1. 關於矩陣$A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}$，下列選項何者正確？

(A) A 有 2 列 3 行　(B) A 是 3×2 階矩陣　(C) A 是方陣　(D) 第 (2 , 1) 元是 b　(E)第 (3 , 2) 元是 f

(　　) 2. 設 O 為零矩陣，A，B，C 均為二階方陣且 A^{-1} 為 A 的反方陣，試問下列敘述何者正確？

(A) $A(B-C)=AB-AC$　(B) 若 A 不為零矩陣且$AB=AC$，則 $B=C$　(C) 若 $A^2=0$，則$A=0$

(D) $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$　(E) 若 $AB=BA$，則 $(AB)^2=A^2B^2$

(　　) 3. 平面上直線 $L\!:mx-y=0$ 經過二階方陣 $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$變換後仍為直線 L，則 m 值為何？

(A) -2　(B) -1　(C) 0　(D) 1　(E) 2

(　　) 4. 已知$\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2x & 2y \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} x & z \\ 3y & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} y & x \\ z & 3 \end{bmatrix}$，則下列何者為真?

(A) $2x+3y=z$　(B) $x=-1$　(C) $z=1$　(D) $y=-1$　(E) $x+y+z=0$

(　　) 5. 已知矩陣$A=\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$，$I=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，下列選項何者正確？

(A) $AB=BA$　(B) $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$　(C) $A^2=4I$　(D) $B^4=16I$　(E) $(BAB)^4=1024I$

(　　) 6. 已知坐標平面上的線性變換為二階方陣$A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$，且其行列式值不為零，下列選項何者正確？

(A) 直線經過 A 變換後仍為直線　(B) 線段經過 A 變換後仍為線段

(C) 向量經過 A 變換後仍為向量　(D) 正方形經過 A 變換後仍為正方形

(E) 若向量 $\overline{u}=(x,y)$ 經過 A 變換對應的向量為$\overrightarrow{u'}$，則$\overrightarrow{u'}=x(a,c)+y(b,d)$

二、填充題

1.　設二階方陣 $A=\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$。已知 A 將點 $P(1,-1)$ 對應到點 P'，則 P' 點坐標為＿＿＿＿＿＿。

2.　試求二階方陣$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$的反方陣＿＿＿＿＿＿。

3.　$A=\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}_{2\times 1}$，$B=\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}_{1\times 2}$，試求 $AB=$＿＿＿＿＿＿。

4. 已知兩個二階方陣 X 和 Y，$X+Y=\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$，$X-Y=\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$
試求 (1) $X=$______________。 (2) $X^2-Y^2=$______________。

5. 設矩陣 $A=[\,a_{ij}\,]_{2\times 2}$，其中 $a_{ij}=i^2+ij+3$，試求矩陣 A 所有元的和______________。

6. 設 $A=\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} -15 & 28 & 7 \\ 13 & -6 & 49 \end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix} 7 & -15 & -4 \\ -6 & 3 & -25 \end{bmatrix}$，試求 $AB+2AC=$______________。

7. 已知矩陣 $A=\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 7 \\ -2 & -7 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 3 & -5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$滿足 $3(X+B)=X-A$，則 $X=$______________。

8. 所有元皆為實數的二階方陣 A，滿足 $A\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$，$A\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$，則 $A=$______________。

9. 已知矩陣 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 的反方陣$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$，則二元一次聯立方程式 $\begin{cases} ax+by=-2 \\ cx+dy=3 \end{cases}$ 的解 $(\,x\,,y\,)=$______________。

10. 設 $A=\begin{bmatrix}1&3\\3&2\end{bmatrix}$，$I=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$，若 $AX=9(A+I)+X$，則二階方陣 $X=$______________。

11. 設 $A=\begin{bmatrix}-1&2\\1&-3\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}0&-2\\-1&4\end{bmatrix}$，若 $2XA=3B$，試求二階方陣 $X=$______________。

12. 若將英文字母接照序編號如下：$a=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$，$b=\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix}$，$c=\begin{bmatrix}0\\3\end{bmatrix}$，⋯，$z=\begin{bmatrix}2\\6\end{bmatrix}$，則單字 fast 可表為矩陣 $\begin{bmatrix}0&0&1&2\\6&1&9&0\end{bmatrix}$，其餘類推。202 班導師在下學期即將離開學校，在期末的時候跟大家說了一些話:「We are the champions. Keep on********, and chasing your own goal bravely. Love you.」其中有一個 8 個字母的英文單字加密的方式隱藏，老師跟同學約定的加密方式是計算 AX 的結果後在送出，而$A=\begin{bmatrix}1&3\\1&4\end{bmatrix}$，其中老師送出的訊息是 $\begin{bmatrix}18&27&21&24&2&27&13&21\\24&36&28&32&2&36&17&28\end{bmatrix}$。試求老師隱藏的單字為______________。

13. 已知二階方陣 $A=[\,a_{ij}\,]_{2\times2}$，其中第 $(\,i\,,j\,)$ 元 $a_{ij}\in\{\,1\,,2\,,3\,\}$，若隨機寫出方陣 A，試求此方陣 A 沒有反方陣的機率______________。

中山高中 110 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科(B 卷)

一、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(B)(E)	(A)(E)	(B)(D)	(A)(B)(C)	(C)(D)(E)
6.				
(A)(B)(C)(E)				

二、填充題

1.	2.	3.	4.(1)	4.(2)
(2 , 3)	$\begin{bmatrix} \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 17 & 21 \end{bmatrix}$
5.	6.	7.	8.	9.
31	$\begin{bmatrix} 3 & -4 & -7 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -9 & 0 \\ 6 & -4 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$	(0 , −11)
10.	11.	12.	13.	
$\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ \frac{-3}{2} & -3 \end{bmatrix}$	fighting	$\frac{5}{27}$	