

左營高中 110 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科(B 卷)

此份考題除了最後一題以外，題目敘述中的 A, B, C, X 均為二階方陣，單位方陣 $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，零方陣 $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，且 a, b, c, k 均為實數。

一、是非題（每題 1 分，正確請寫 O，錯誤請寫 ×）

- () 1. $ab = ba$
- () 2. $AB = BA$
- () 3. $(A + I)^3 = A^3 + 3A^2 + 3A + I$
- () 4. 若 $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ，則 $AB = BA$
- () 5. $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ ，則 $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$
- () 6. 若 $ac = bc$ ，且 $c \neq 0$ ，則 $a = b$
- () 7. 若 $AC = BC$ ，且 $C \neq O$ ，則 $A = B$
- () 8. $C(A + B) = CA + CB$
- () 9. $k(A + B) = kA + kB$
- () 10. 圓錐截痕不可能為兩相交直線

二、填充題（每格 3 分，共 90 分）

11. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{bmatrix}$ ，求數對 $a_{24} =$ _____。

12. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，則矩陣 $\frac{1}{2}(3B - A) =$ _____。

13. $A = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 1 & 1 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 AB 與 BA 有一個是存在的，它是 (1) _____ × _____ 階的矩陣（填數字），把它算出來_____。

14. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}$ ， $C = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ ，哪一個矩陣有反方陣？_____，它的反方陣是_____。

15. $(2, 1)$ 經矩陣 $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ 作用後會變成_____。

16. 若 $(1, 0)$ 經矩陣 A 作用後變成 $(5, -3)$ ，且 $(0, 1)$ 經矩陣 A 作用後變成 $(3, 6)$ ，則 $A =$ _____。

17. 若 $(-1, 2)$ 經矩陣 B 作用後變成 $(8, 7)$ ，且 $(2, -1)$ 經矩陣 B 作用後變成 $(2, 1)$ ，則 $B =$ _____。

18. 向量 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 經過 $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ 作用之後得到 $\begin{bmatrix} -11 \\ 14 \end{bmatrix}$ ，則 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} =$ _____。

19. 設二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 4x - y = 8 \\ 5x - 2y = 3 \end{cases}$ ，此聯立方程式亦可表為矩陣 $\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$ 。

20. 若 $XA = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ，且 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ，則 $X =$ _____。

21. 設 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，則 $A^2 =$ _____， $A^4 =$ _____， $(PAP^{-1})^{12} =$ _____。

22. 空間坐標中，將一顆半徑為 2 的球放在桌面上，切點放在原點處，此時球心 O 坐標為 $(0, 0, 2)$ 。將點光源（發光源為一點）分別放在下圖中的 A, B, C, D, E, F 六個位置上，照到球之後投射在桌面上成的影子邊緣所形成的圖形有可能呈現橢圓、圓、拋物線、雙曲線四種圖形。

請在四種圖形分別填上相對應的點光源位置，也就是說光源在 A, B, C, D, E, F 六個點，哪個（些）點的時候投影才會呈現所要求的圖形。（每格答案可能一個，也可能多個。）

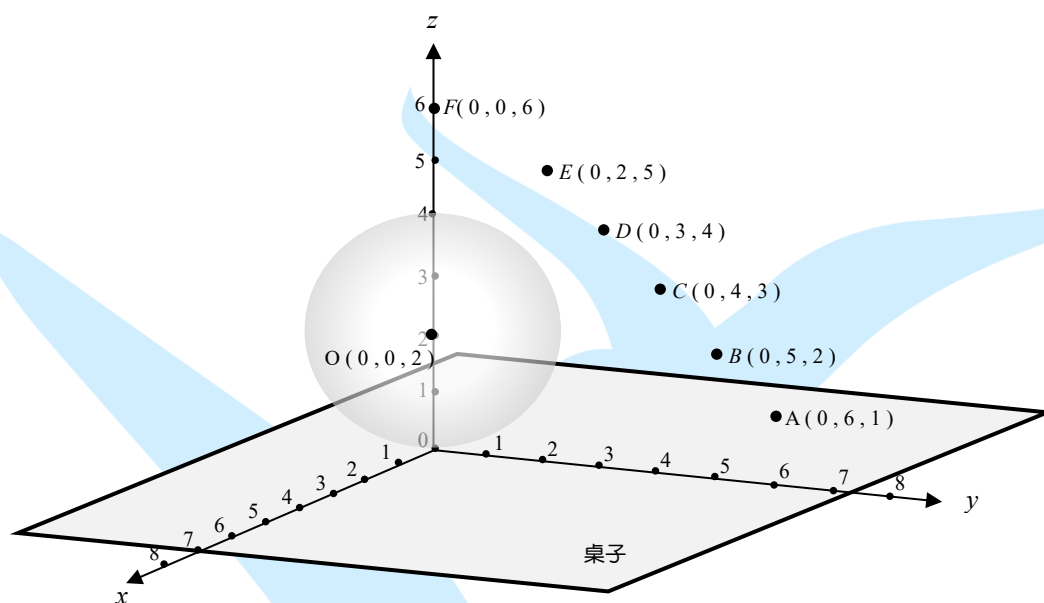
(1) 橢圓：_____。

(2) 圓：_____。

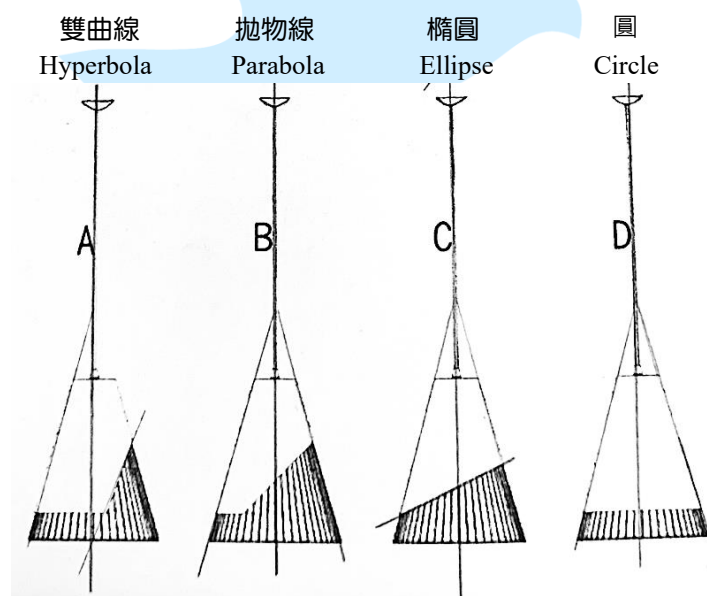
(3) 拋物線：_____。

(4) 雙曲線：_____。

(5) 將光源放置在 F 點時，桌上的圖形最寬的寬度為_____。



23. 下方 A, B, C, D 四圖為坊間某吊燈的設計圖，設計圖中表明白色燈罩的邊緣是圓錐曲線，你覺得哪裡怪怪的？請把錯誤的挑出來_____。（答案可能是 1 個或多個）



左營高中 110 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科(B 卷)

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
O	×	O	O	O
6.	7.	8.	9.	10.
O	×	O	O	×

二、填充題

11.	12.	13.(1)	13.(2)	14.(1)
14	$\begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$	3×2	$\begin{bmatrix} -32 & 71 \\ 1 & 15 \\ 41 & 79 \end{bmatrix}$	A
14.(2)	15.	16.	17.	18.
$\begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 1 \\ 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$	(1, 6)	$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$
19.	20.	21.(1)	21.(2)	21.(3)
$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 25 & 14 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
22.(1)	22.(2)	22.(3)	22.(4)	22.(5)
E	F	D	A B C	$4\sqrt{3}$
23.				
AB				