

岡山高中 110 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科(A 卷)

一、單選題 (每題 4 分, 共 16 分)

() 1. 下列有關轉移方陣的敘述, 哪些是正確的?

(A) $\begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$ 是轉移方陣 (B) $\begin{bmatrix} 0.2 & 2 \\ 0.8 & -1 \end{bmatrix}$ 是轉移方陣 (C) $\begin{bmatrix} 0.2 & 1 & 0.6 \\ 0.4 & 0 & 0.5 \\ 0.4 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}$ 是轉移方陣

(D) 若 A 、 B 都是轉移方陣, 則 AB 也是轉移方陣

() 2. 設 A 、 B 都是二階方陣, O 為二階零矩陣, 請選出正確的選項:

(A) $A(B + C) = AB + AC$

(B) $(AB)^2 = A^2B^2$

(C) 若 $AB = 0$, 則 $A = 0$ 或 $B = 0$

(D) 若 A 不是零矩陣且 $AB = AC$, 則 $B = C$

() 3. 下列哪些增廣矩陣所表示的一次方程組恰有一組解?

(A) $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 6 & 8 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

() 4. 令 $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = I + A + A^{-1}$, 試選出代表 BA 的選項。

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 18 & 24 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

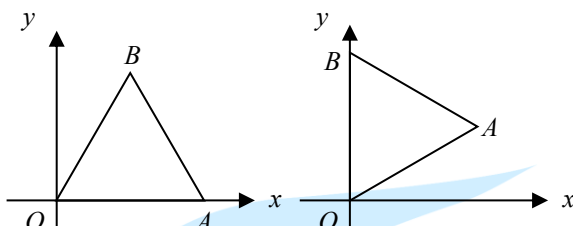
二、填充題 (每格 5 分, 共 75 分)

1. 若 $\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + d \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, 則序組 $(a, b, c, d) =$ _____。

2. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & x \end{bmatrix}$, 若 $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 成立, 則 $x =$ _____。

3. 將方程組 $\begin{cases} x + 4y + az = 2 \\ 3x + 11y - 4z = b \\ 5x + cy + 7z = 11 \end{cases}$ 的增廣矩陣, 化簡到 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 若計算過程均無錯誤, 則 a 的值為_____。

4. 設 $A = \begin{bmatrix} x-1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ 的反方陣不存在, 則 $x =$ _____。

5. 設 x, c 為實數，方陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & x \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 2x \end{bmatrix}$ 已知 A 的反方陣恰好是 B 的 c 倍（其中 $c \neq 0$ ），則數對 $x =$ _____。
6. 假設小南市及其近郊人口遷移狀況：每年住在市區的人有 70% 留在市區，有 30% 流向郊區；而郊區的人有 60% 留在郊區，有 40% 搬到市區。已知目前市區人口占全體人口比例 70%、郊區人口占全體人口比例 30%，試求一年後，市區人口占全體比例為_____。
7. 正三角形 OAB ，經矩陣 M 之線性變換後之圖形，如圖：
則 M 之線性變換矩陣為_____。
- 
8. 求二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 4 & -7 \\ 5 & -9 \end{bmatrix}$ 的反方陣 $A^{-1} =$ _____。
9. 若二階方陣 A ，滿足 $A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ ， $A^3 = \begin{bmatrix} 3 & -10 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$ ，則 $A =$ _____。
10. 若矩陣 A, B 滿足 $A + B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ ， $A - B = \begin{bmatrix} -1 & 16 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$ ，試求 $A^2 - B^2 =$ _____。
11. 已知二次函數 $f(x)$ 通過設 $A = (1, 6)$ 、 $B(-1, 0)$ 、 $C(2, 15)$ 三點，試求多項式 $f(x) =$ _____。

12. 設 k 為實數，且聯立方程式 $\begin{cases} x + 2y + z = -1 \\ x - 2y - 3z = 1 \\ 3x + 2y - z = k \end{cases}$ 有解，求實數 k 的值 = _____。

13. 設 $\triangle PQR$ 的面積為 5，若 $\triangle PQR$ 經方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的變換後得到 $\triangle P'Q'R'$ ，試求 $\triangle P'Q'R'$ 面積 = _____。

14. 設一個二階方陣 A 所做的平面變換是：先逆時針旋轉 45° ，再對直線 $x - y = 0$ 做鏡射，最後再沿 x, y 軸方向各伸縮 $\sqrt{2}$ 倍，則 $A =$ _____。

15. 設 $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ，試求 $A^{10} =$ _____。

三、混合題（占 9 分）

解聯立方程式 $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = 3 \end{cases}$ 時，利用列運算處理增廣矩陣可合併寫為以下過程：

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \end{array} \right] \xrightarrow{\times (-2)} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\times (-1)} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{\times (-3)} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{array} \right]$$

1. 上面的列運算中，第一個矩陣到第二個矩陣的運算可以表達為下列哪個矩陣的乘法？（單選題）（4 分）

(1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$
 (3) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$
 (5) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

2. 若 $A \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ，則矩陣 $A =$ _____。（5 分）

岡山高中 110 學年度 第二學期 第三次段考 高二數學科(A 卷)

一、單選題

1.	2.	3.	4.
(D)	(A)	(B)	(C)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$(4, 1, 3, 2)$	5	-3	7	2
6.	7.	8.	9.	10.
61%	$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9 & -7 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 17 & 98 \\ -26 & 11 \end{bmatrix}$
11.	12.	13.	14.	15.
$2x^2 + 3x + 1$	-1	5	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

三、混合題

1.	2.
4	$\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$