

中山附中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題（每題 5 分，共 20 分）

- () 1. 設 a, b 皆為大於 0 的實數，已知 $a + 2b = 6$ ，求 ab 的最大值為何？
 (1) $\frac{9}{2}$ (2) 9 (3) $\frac{27}{2}$ (4) 18 (5) 27
- () 2. 若不等式 $|ax + 1| \leq b$ 的解為 $-2 \leq x \leq 3$ ，則 $a + b =$
 (1) -7 (2) -3 (3) 3 (4) 4 (5) 7
- () 3. 設有一等腰直角三角形 ABC ，已知 $\angle B = 90^\circ$ ，且 $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{21 + \sqrt{432}}{2}$ ，試問 \overline{AB} 之值在哪兩個連續整數之間？
 (1) 3 與 4 (2) 4 與 5 (3) 5 與 6 (4) 6 與 7 (5) 7 與 8
- () 4. 克卜勒第三定律，也稱為週期定律： $T = R^{\frac{3}{2}}\sqrt{K}$ ，其中 T 為行星運動的週期， R 為行星與太陽的距離， K 為一常數。若火星離太陽的距離約為地球離太陽的 1.5 倍，則火星繞太陽的運轉週期約為地球繞太陽運轉週期的幾倍？
 (1) $10^{0.22}$ (2) $10^{0.26}$ (3) $10^{0.32}$ (4) $10^{0.36}$ (5) $10^{0.4}$

二、多選題（每題 8 分，錯一選項扣 2 分，共 16 分）

- () 1. 下列敘述哪些正確？
 (1) 若 a 為有理數， b 為無理數，則 $a + b$ 為無理數
 (2) 若 $a + b$ 為有理數， $a - b$ 為無理數，則 $a^2 - b^2$ 為無理數
 (3) 若 a, b, c, d 為實數，已知 $a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$ ，則 $a = c$ 且 $b = d$
 (4) $\frac{3003}{3696}$ 可化成有限小數 (5) 若 $\overline{AB} = 1$ 為已知，則可用尺規作圖做出長度為 $\sqrt{3 + \sqrt{6}}$ 之線段
- () 2. 下列哪些敘述是正確的？
 (1) 若 $x > 0$ ，則 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}} - 2 = x - \frac{1}{x}$ (2) $2^{30} < 3^{20}$ (3) $6 < \log 991000 < 7$
 (4) 若 a 為實數，則 $10^{\log a} = a$ (5) $\log x = 2.8$ ， $\log y = 2.7$ ，則 $x + y$ 的整數部分為 4 位數

三、填充題（得分 $f(n) = \begin{cases} 7n & n \leq 4 \\ 4n + 12 & n \geq 4 \end{cases}$ ， n 為答對的題數）

1. 設數線上三點 $A(-8)$ 、 $B(6)$ 、 $P(x)$ 且 P 在直線 \overleftrightarrow{AB} 上， $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 5$ ，則 $x =$ _____。（兩解）
2. 設於某項實驗中，細菌數 1 日後增為 a 倍，且已知 2 日後細菌數為 3×10^6 ，5 日後其數為 2.4×10^7 ，試求細菌數為 3.84×10^8 時所需的日數為 _____。

3. 已知 $a + a^{-1} = 4$ ，求 $\frac{a^3 + a^{-3} - 3}{a^2 + a^{-2} - 2}$ 之值為_____。

4. 已知 $\log 211 \approx 2.3243$ ，試求 $\log 0.000211 \approx$ _____。

5. 已知 $a = \frac{\sqrt{4+\sqrt{12}}}{2}$ ， $b = \frac{\sqrt{12+\sqrt{108}}}{4}$ ， $c = \frac{\sqrt{21+\sqrt{432}}}{5}$ ，則 a 、 b 、 c 的大小關係為_____。
($\sqrt{2} \approx 1.4$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$)

6. 設 a 、 b 為有理數，且 $(2 - 3\sqrt{3})a + (-1 + \sqrt{3})b = 5 - 7\sqrt{3}$ ，求數對 $(a, b) =$ _____。

7. 設 x 、 y 為實數，且 $\begin{cases} 19^x = 27 \\ 57^y = 729 \end{cases}$ ，則 $\frac{1}{x} - \frac{2}{y} =$ _____。

8. 在一筆直的道路上一間圖書館 A 與一間超級市場 B ，分別位於 $A(10 \text{ 公里})$ 與 $B(70 \text{ 公里})$ 處。小明的家位於道路 P 上(x 公里)的位置。星期天早上，小明騎著腳踏車從家裡出發，以每小時 10 公里速度到圖書館而小明的媽媽以每小時 20 公里的速度，騎著電動機車到超級市場。若小明比媽媽早到目的地，則 x 的範圍為_____。

9. 設 $x \in R$ 且滿足 $3 \leq |-x + 2| < 7$ ，求 x 的範圍為_____。

10. 已知恰有 5 個整數 x 滿足 $\begin{cases} |3x - 4| \leq a \\ |x + 3| \geq 2 \end{cases}$ ，試求 a 的範圍為_____。

11. 已知 6^{100} 與 11^{100} 分別為 78 與 105 位數，則 $(\frac{11}{6})^{30}$ 整數部分位數為_____。

12. 設 $-1 \leq x \leq 4$ ， $-2 \leq y \leq 3$ ，若 $xy - y$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則數對 $(M, m) =$ _____。

13. 設 a, b 皆為大於 0 的實數，已知 $a + 2b = 6$ ，求 $3^a + 9^b$ 的最小值為_____。

中山附中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題

1.	2.	3.	4.
(1)	(3)	(4)	(2)

二、多選題

1.	2.
(1)(3)(4)	(2)(5)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$-4, -\frac{52}{3}$	9	$\frac{49}{12}$	-3.6757	$b < c < a$
6.	7.	8.	9.	10.
$(2, -1)$	$-\frac{1}{3}$	$-50 < x < 30$	$-5 < x \leq -1$ or $5 \leq x < 9$	$7 \leq a < 8$
11.	12.	13.		
送分	$(9, -6)$	54		